VISIT…

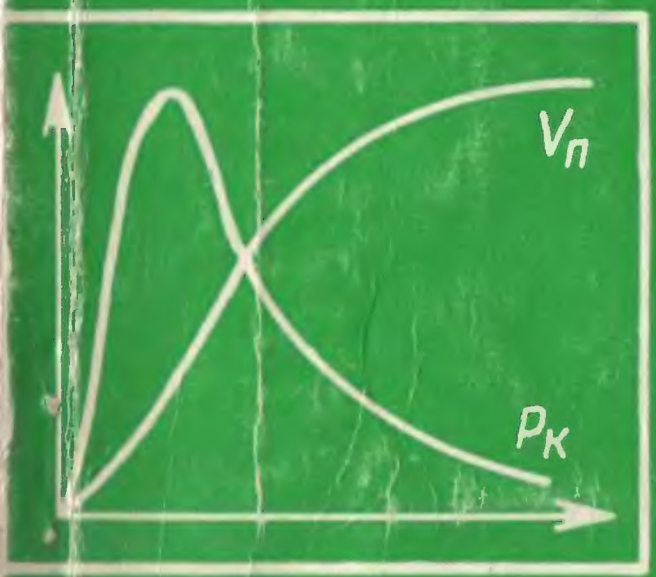
623.9
К 90

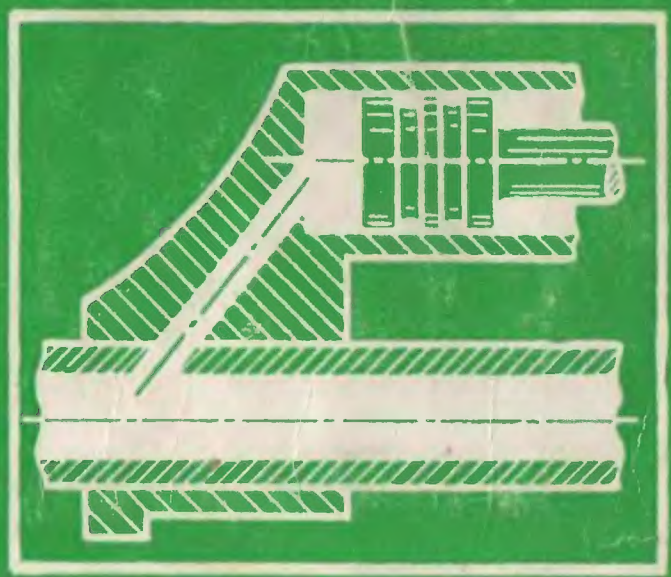
Для служебного пользования

Экз. №

В. И. КУЛАГИН, В. И. ЧЕРЕЗОВ

ГАЗОДИНАМИКА АВТОМАТИЧЕСКОГО ОРУЖИЯ





Москва—1985

Для служебного пользования

Экз. №_____

В. И. КУЛАГИН, В. И. ЧЕРЕЗОВ

ГАЗОДИНАМИКА АВТОМАТИЧЕСКОГО ОРУЖИЯ

(типовые задачи, период последействия, расчет рабочих процессов в газовых устройствах)

Под редакцией
д-ра техн. наук, проф. А. А. КОНОВАЛОВА

Москва—1985

УДК 623.422.5:533.6/.7

Кулагин В.И., Черезов В.И.

Газодинамика автоматического оружия. - М.:ЦНИИ информации, 1985. - 256 с.

В книге изложены вопросы газодинамики применительно к расчету процессов, имеющих место в автоматическом оружии. На основе уравнений газодинамики в гидравлической постановке и теории теплопередачи, основные сведения из которой приводятся в обобщенной форме, рассмотрены методики расчетов рабочих процессов в канале ствола в период последействия и в боковых и дульных газовых устройствах. Даются решения типовых задач, являющихся элементами расчета газовых устройств.

Книга предназначена для научно-технических работников, занимающихся проектированием и исследованием автоматического оружия.

Рецензент В.И.Бойкин

© ЦНИИ информации, 1985.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Газодинамика автоматического оружия есть часть общей газодинамики - науки о движении жидкостей и газов. Она рассматривает течения газа и изучает процессы в трактах и устройствах автоматического оружия, в которых используется пороховой газ, отводимый из канала ствола. К таким устройствам относятся различные боковые газовые устройства (двигатели, буферные устройства, накатники), а также надульные газовые устройства (дульные тормоза, усилители отдачи, компенсаторы, насадки специального назначения - локализаторы, глушители звука и т.д.).

Течения газа в газовых устройствах и трактах автоматического оружия, как правило, имеют ось симметрии. Рабочие процессы в них происходят при обмене энергией с внешней средой в виде поступления энергии и теплоотдачи и потерь кинетической энергии вследствие трения и местных сопротивлений.

Задача расчета таких процессов в общей постановке весьма сложна. Поэтому при расчете конкретных газовых устройств оружия пользуются различными допущениями, позволяющими упростить расчеты без ущерба для точности. При этом в расчетные зависимости вводят согласующие коэффициенты, полученные опытным путем.

Таким образом газодинамика автоматического оружия решает ряд специфических задач и в этом смысле является наукой прикладной.

Основы газодинамики автоматического оружия заложены в трудах проф.Мамонтова М.А., проф.Орлова Б.В., ей посвящен ряд работ проф.Горохова М.С., Гинзбурга И.П. и др. Тем не менее совершенствование автоматического оружия непрерывно ставит перед конструкторами и научными работниками новые задачи, требующие решения и систематизации знаний на современной основе.

Современная быстродействующая вычислительная техника повышает роль точных методов при решении специфических задач по совершенствованию автоматического оружия, которые становятся доступными как инженеру, так и научному работнику. Однако по-прежнему используются и приближенные методы, дающие конечные аналитические зависимости для искомых величин, обладающие простотой, наглядностью и поэтому удобные для предварительного анализа процессов в устройствах оружия.

В книге приведены выводы уравнений газодинамики симметричных течений с осреднением параметров по сечению, изложены необходимые вопросы из теории теплопередачи и теплопроводности. Кроме того рассмотрены типовые задачи, лежащие в основе расчета газовых устройств, а также расчет газовых устройств типичных схем и методика расчета основных параметров периода последействия.

Методики расчета подтверждены экспериментальным материалом в области проектирования и исследования автоматического оружия, накопленным за послевоенные годы.

Главы 1-5 написаны доцентом, канд. техн. наук В.И.Кулагиным; главу 6 написал доцент, канд. техн. наук В.И.Черезов.

Глава 1
ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ЗАВИСИМОСТИ ПРИКЛАДНОЙ ГАЗОДИНАМИКИ

1.1. ПАРАМЕТРЫ ГАЗА И КИНЕМАТИКА ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ

Пороховой газ, являющийся рабочим телом в газовых устройствах автоматического оружия, как и всякая сжимаемая жидкость, характеризуется тремя параметрами состояния - плотностью, температурой, давлением и одним кинематическим - скоростью.

Плотность газовой среды характеризует ее сплошность, температура является мерой интенсивности теплового движения и отсчитывается по абсолютной шкале. Третий параметр состояния - давление характеризует напряженное состояние среды, возникающее в результате действия поверхностных сил. В общей литературе по газодинамике, например в работах [1,2,3], подробно рассмотрено напряженное состояние вязкой среды, к которой относится и пороховой газ, и показано, что давление в вязкой жидкости, понятие условное, равно среднему значению нормальных напряжений, действующих на элемент жидкости, взятому с обратным знаком. В случае невязкой жидкости касательные напряжения отсутствуют и давление по абсолютной величине равно любому из нормальных напряжений.

Касательные напряжения характеризуют внутреннее трение в газе и вводятся в уравнения газодинамики там, где они велики, например, при расчете течений вблизи твердой стенки. При расчете течений в трубах и насадках влияние касательных напряжений в целом для потока невелико и учитывается введением коэффициентов согласования.

Давление в газе, температура и плотность - величины скалярные. Четвертый параметр - скорость - величина векторная. В общем случае все четыре параметра являются функциями пространственных координат и времени и для их определения необходима система из четырех уравнений, описывающих движение газа.

При решении прикладных задач, встречающихся при проектировании автоматического оружия, преимущественное распространение получил способ описания сплошной среды Эйлера, состоящий в задании для каждого момента времени поля скоростей как функции координат точки

$$v_x, v_y, v_z = \varphi_{1,2,3}(x, y, z, t). \qquad (1.1)$$

В соответствии с правилом дифференцирования функции нескольких переменных проекции ускорения в эйлеровых координатах записываются в виде общей зависимости

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z}, \qquad (1.2)$$

в которой частные производные $\frac{\partial}{\partial t}$ представляют собой изменение скорости (проекций скорости) в единицу времени в фиксированной точке пространства и называются локальными производными, а частные производные

$$v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z}$$

представляют собой изменение проекций скорости в единицу времени вследствие перемещения частицы газа из одной точки пространства в другую и называются конвентивными производными.

Если время явно не входит в выражения (I.I), то такое движение, неизменяющееся во времени, называется стационарным. При этом $\partial/\partial t = 0$ и скорости частиц меняются только вследствие их перемещения в пространстве.

В газодинамике автоматического оружия мы имеем дело, как правило, с нестационарными движениями и меняющимися во времени процессами. В большинстве случаев их можно рассматривать как мгновенно установившиеся и расчитывать с помощью зависимостей для стационарного движения, но при мгновенных значениях изменяющихся во времени параметров, определяющих течение. Такие

течения, процессы называются квазистационарными. Применение квазистационарного подхода упрощает решение газодинамических задач, однако он возможен при относительно малых значениях локальных производных.

При уменьшении числа пространственных координат в выражениях (I.I) до двух или одной (плоское и одномерное движение) соответственно уменьшается число выражений (I.2) для проекций ускорения, а сами выражения упрощаются. Например, для одномерного движения имеем

$$v_x = v_z = 0, \quad v = v_x \qquad \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x}.$$

Аналогично задаются при движении и другие параметры газа.

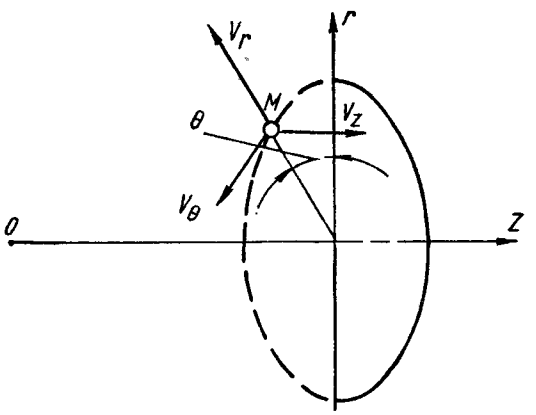


Рис.I.I.Проекции скорости в цилиндрической системе координат

В ряде случаев движение газовой среды удобнее рассматривать в цилиндрических координатах. В цилиндрических координатах положение точки в пространстве задается двумя линейными и одной угловой координатой (рис.I.I) и выражения (I.I) записываются

$$v_z, \; v_r, \; v_\theta = \varphi_{1,2,3}(z, r, \theta),$$

где $v_z = \frac{dz}{dt}$, $v_r = \frac{dr}{dt}$, $v_\theta = r\frac{d\theta}{dt}$.

Цилиндрическую систему координат целесообразно применять для так называемых осесимметричных течений, у которых ось z является осью симметрии и проекции скоростей не зависят от угловой координаты θ. Для таких течений

$$v_z,\ v_r = \varphi_{1,2}(z, r);\ v_\theta = const$$

и соответственно

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r},$$

$$\frac{dv_r}{dt} = \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r},$$

$$\frac{dv_\theta}{dt} = 0.$$

Проекция полного ускорения вдоль радиуса выражается как сумма относительного ускорения dv_r/dt и центростремительного v_θ^2/r, т.е. радиальное ускорение равно

$$w_r = \frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\theta^2}{r}.$$

Проекция полного ускорения на тангенциальное направление складывается из тангенциального ускорения $r\frac{d^2\theta}{dt^2}$ и кориолисова ускорения $2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}$ и равна

$$w_\theta = r\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} = \frac{dv_\theta}{dt} + \frac{v_r v_\theta}{r}.$$

При отсутствии вращения частиц вокруг оси симметрии $v_\theta = 0$ и проекции полного ускорения равны dv_r/dt, dv_z/dt соответственно.

Дальнейшие кинематические понятия связаны с заданием поля скоростей как величины векторной [2]. Линии, в каждой точке которых касательные к ним совпадают с направлением скорости, называются линиями тока. При нестационарном течении - это мгновенные линии, перемещающиеся в пространстве. При стационарном течении они совпадают с траекториями частиц. Совокупность линий тока, проведенных через замкнутый, себя не пересекающий контур, образует поверхность тока, а часть жидкости, заключенная

внутри поверхности называется трубкой тока. Проведенные через трубки тока конечных размеров условные ортогональные сечения называются поперечными сечениями. Это дает возможность для осесимметричных течений осреднять параметры газа по сечению и таким образом сводить их к одномерным течениям с переменной площадью сечения потока. Так например, средняя по сечению скорость газа равна

$$\vec{v} = \frac{1}{s} \int_0^s \vec{v}_n \, ds,$$

где v_n - нормальная составляющая скорости, а средняя плотность

$$\tilde{\rho} = \frac{1}{s} \int_0^s \rho \, ds.$$

Аналогично определяются среднее давление и средняя температура. Возможны и другие способы осреднения, например по объемному расходу

$$\tilde{\rho} = \frac{1}{\tilde{v}\, s} \int_0^s \rho v \, ds.$$

Заметим, что осреднение скорости по сечению формально является способом учета сил внутреннего трения. Для осреднения параметров необходимо знать законы их изменения по сечению. Тогда в уравнения газодинамики, записанные через средние параметры необходимо вводить соответствующие переходные коэффициенты [4]. Чаще всего переходные коэффициенты в уравнения не вводят и влияние неравномерности параметров газа по сечению учитывают в конечных зависимостях, полученных в результате решений уравнений. Случаи, когда учет сил вязкости необходим, будут рассматриваться нами отдельно.

1.2. СОСТАВ И ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОРОХОВЫХ ГАЗОВ

Пороховой газ представляет собой смесь химически реагирующих газов, являющихся продуктами сгорания порохов. Применяемые в автоматическом оружии и в артиллерии пироксилиновые и нитроглицериновые пороха приготовляются на основе нитроклетчатки и содержат в себе элементы - углерод, водород, кислород

и азот. Поэтому условная формула пороха запишется $C_x H_y O_z N_u$, где x, y, z, u - числа атомов данного элемента.

Для определения физических характеристик порохового газа нужно знать массовые доли в продуктах сгорания отдельных составляющих газов, к которым относятся продукты полного окисления горючих элементов CO_2, H_2O и продукт неполного окисления - CO. Кроме того, в состав пороховых газов входят молекулы N_2 и H_2, а также газы - продукты диссоциации, описываемой реакциями вида

$$aA + bB \rightleftarrows cC + dD,$$

где A, B, C, D - вещества-реагенты.

Состав пороховых газов, полученный по результатам сжигания пороха в калориметрической бомбе, не соответствует составу газов при горении пороха в стволе, однако данные калориметрического анализа позволяют достаточно точно определить массовые доли элементов в порохе.

Таблица I.I

Данные калориметрического анализа некоторых порохов для патронов автоматического оружия

Марка пороха	Патрон	$W_ж$, м³/кг	Объемная доля газа, %					
			CO_2	CO	N_2	H_2	CH_4	O_2
Вуфл 38/50-К	7,62-мм обр.43 г.	0,7628	I5,85	49,3I	I3,39	20,60	0,60	0,23
Вт 24/49-К	7,62-мм винтовочный	0,7682	I5,5I	49,38	I3,I7	20,88	0,86	0,20
4/7 СВРП $\frac{27}{49}$ Г	I4,5-мм КПВ	0,72I2	I9,24	47,42	I4,34	I8,I4	0,58	0,28
4/7 ИГР 7/II-7	АМ-23	0,804	I3,2I	5I,24	II,75	23,2I	0,37	0,32
5/7 З/КТ	НР-30	0,7347	I8,6I	48,45	I4,07	I8,23	0,34	0,24

В табл. I.I приведены данные калориметрического анализа типовых порохов, применяемых в патронах автоматического оружия. Зная состав газов в бомбе, по методике, описанной, например в

работе [5], подсчитываем число грамм-молей компонентов, а затем из уравнений материального баланса - числа атомов элементов:

$$x = n_{CO_2} + n_{CO} + n_{CH_4},$$

$$y = 2n_{H_2} + 4n_{CH_4} + 2n_{H_2O},$$

$$z = 2n_{CO_2} + n_{CO} + 2n_{O_2} + n_{H_2O},$$

$$u = 2n_{N_2}.$$

Если порох задан массовыми долями входящих в него сложных веществ (нитроклетчатка, нитроглицерин и др.) K_i и известна условная формула каждого вещества $C_{xk} H_{yk} O_{zk} N_{uk}$, то количество атомов элементов в порохе определяется:

$$x = \Sigma x_i, \quad y = \Sigma y_i, \quad z = \Sigma z_i, \quad u = \Sigma u_i.$$

Таблица I.2

Исходные компоненты сферического пороха

Вещество	Условная формула	Массовая доля, %
Нитроклетчатка (коллоксилин)	$C_{22,75} H_{22,35} O_{36,1} N_{8,67}$	80,08
Нитроглицерин	$C_{13,216} H_{22,026} O_{39,649} N_{13,216}$	I3,27
Дибутилфталат	$C_{57,55} H_{79,14} O_{14,39}$	I,I3
Централит № 2	$C_{65,5} H_{66,67} O_{4,17} N_{8,33}$	I,80
Дифениламин	$C_{77,01} H_{65,09} N_{5,92}$	0,60
Этилацетат	$C_{45,45} H_{90,91} O_{22,73}$	I,97
Вода	H_2O	I,I5

Такой расчет менее точен вследствие неточности в задании исходных данных: условная формула сложного вещества различна в зависимости от сырья и фабрикации, а содержание сложного вещества в порохе известно приближенно.

По известным числам атомов элементов в порохе можно определить и массовые доли элементов по формулам

$$C_п = \frac{12x}{\mu_п}, \quad H_п = \frac{y}{\mu_п}, \quad O_п = \frac{16z}{\mu_п}, \quad N_п = \frac{14u}{\mu_п},$$

где относительная молекулярная масса пороха

$$\mu_п = 12x + y + 16z + 14u.$$

Состав пороховых газов зависит от их температуры и давления. При заданных температуре и давлении, при которых находится пороховой газ, между отдельными его составляющими устанавливается определенное соотношение, полученное при так называемом химически равновесном составе, когда все реакции диссоциации строго соответствуют статическому состоянию газа. При изменении температуры или давления состояние равновесия нарушается и продукты сгорания переходят в новое состояние химического равновесия. Массовые доли отдельных элементов в смеси газов пропорциональны их парциальным давлениям, сумма которых равна давлению, при котором происходит процесс, и учитываются константами равновесия. С повышением температуры увеличивается степень диссоциации и ионизации молекул и атомов, равновесие сдвигается вправо; с повышением давления диссоциация и ионизация прекращаются. При диссоциации и ионизации в пороховые газы кроме CO_2, CO, H_2, H_2O будут входить компоненты, являющиеся результатом следующих реакций:

$$CO_2 + H_2 \rightleftarrows H_2O + CO; \quad H_2O \rightleftarrows OH + 0{,}5H_2;$$

$$N_2 + O_2 \rightleftarrows 2NO; \quad H_2 \rightleftarrows 2H; \quad O_2 \rightleftarrows 2O; \quad N_2 \rightleftarrows 2N.$$

Уравнения для констант равновесия

$$K_{pi} = \frac{p_C p_D}{p_A p_B}$$

совместно с уравнениями материального баланса для каждого элемента, выраженными через парциальные давления p_i:

$$C_п = \frac{12}{\mu_п}(p_{CO_2} + p_{CO});$$

$$H_п = \frac{1}{\mu_п}\,(2\rho_{H_2O} + 2\rho_{H_2} + \rho_{OH} + \rho_H);$$

$$O_п = \frac{16}{\mu_п}\,(2\rho_{CO_2} + \rho_{CO} + \rho_{H_2O} + \rho_{OH} + 2\rho_{O_2} + \rho_O + \rho_{NO});$$

$$N_п = \frac{14}{\mu_п}\,(2\rho_{N_2} + \rho_{NO} + \rho_N),$$

образуют систему уравнений для расчета состава продуктов сгорания смеси [6]. При высоких давлениях и температурах можно рассматривать только реакцию диссоциации водяного газа. Однако в этом случае следует учитывать изменение константы K_{p1} от давления, что производится при расчете коэффициента, учитывающего собственный объем молекул (коволюма) и энергетических характеристик пороха. При относительно невысоких давлениях и высоких температурах, имеющих место в задачах газодинамики автоматического оружия, влияние давления на константы равновесия несущественно, но имеет место диссоциация, и расчет следует вести при полной системе уравнений. Рассмотрим основные свойства и характеристики пороховых газов.

Сжимаемость. С физической точки зрения сжимаемость газов приводит к появлению переменного параметра - плотности ρ ; с математической точки зрения учесть сжимаемость можно уравнением состояния, связывающим между собой термодинамические параметры газа

$$f(p, \rho, T) = 0.$$

Общего уравнения состояния, применимого для любых процессов, не существует. Поэтому на практике пользуются частными формами, из которых известно, например уравнение Ван-дер-Ваальса

$$p + b_2\rho^2 = \frac{\rho RT}{1 - b_1\rho}.$$

При высоких температурах коэффициент b_2 , учитывающий взаимодействие между молекулами, равен нулю, и уравнение состояния примет вид

$$\frac{p}{\rho}\,(1 - \alpha\rho) = RT, \qquad (1.3)$$

где $\alpha = b_1$ –коволюм.

Это уравнение, известное под названием уравнения Дюпре, принято во внутренней баллистике. Для давлений до 400 МПа коволюм - величина постоянная и равная в среднем $0{,}95 \cdot 10^{-3}$ м^3/кг. При давлениях до 100 МПа , но высоких температурах, газ можно рассматривать как идеальный, т.е. такой, между молекулами которого не существует взаимодействия, а сами молекулы не имеют протяженности. Уравнение состояния для идеального газа известно как уравнение Клапейрона

$$p = \rho R T, \qquad (1.4)$$

здесь R - удельная газовая постоянная (Дж/кг·К) равна $\bar{R}/\mu_к$, где $\bar{R}$ = 8314 Дж/моль · К - универсальная газовая постоянная, а величина $\mu_к = \frac{1}{\rho_к} \Sigma \mu_i \rho_i$ - "кажущаяся" (средняя) молекулярная масса продуктов сгорания, связана с числом молей соотношением

$$\mu_к = \frac{1000}{\Sigma n_i} = \frac{1000 \rho}{\Sigma \rho_i} .$$

Расчеты показывают, что процессы в стволе и газовых устройствах протекают с незначительным изменением числа молекул в газе. Поэтому газовая постоянная практически не меняется с изменением температуры. В среднем для пороховых газов R = 348 Дж/кг.К.

Теплоемкость. Под теплоемкостью понимается способность тел воспринимать или отдавать теплоту. В расчетах имеют дело с удельными теплоемкостями. Теплоемкость зависит от природы вещества и условий, при которых подводится или отводится теплота. В термогазодинамических расчетах применяются удельные теплоемкости в условиях неизменного объема c_w и неизменного давления c_p , связанные между собой известной формулой Майера, которая для уравнений состояния вида (I.3), (I.4) имеет вид

$$c_p - c_w = R. \qquad (1.5)$$

Если ввести в рассмотрение отношение удельных теплоемкостей $k = c_p / c_w$, то из формулы (I.5) получим зависимости

$$c_p = \frac{k}{k-1} R , \quad c_w = \frac{1}{k-1} R. \qquad (1.6)$$

Из формул (I.5), (I.6) видно, что достаточно вычислить только одну из удельных теплоемкостей, чтобы определить другую и значение k . По известному составу пороховых газов лучше всего определить удельную теплоемкость при постоянном давлении

$$c_p = \frac{\sum c_{pi}\, \rho_i}{\sum \rho_i\, \mu_i} ,$$

где c_{pi} - молярная теплоемкость [7], Дж/моль. Удельные теплоемкости газов c_p и c_w возрастают с увеличением температуры газов и примерно в одинаковой пропорции, поэтому отношение их представляет собой маломеняющуюся величину, убывающую с увеличением температуры. В термогазодинамике принято значения k осреднять в рабочем диапазоне температур. Это означает, что в соответствии с формулами (I.6) должны браться средними значениями и удельные теплоемкости c_p, c_w.

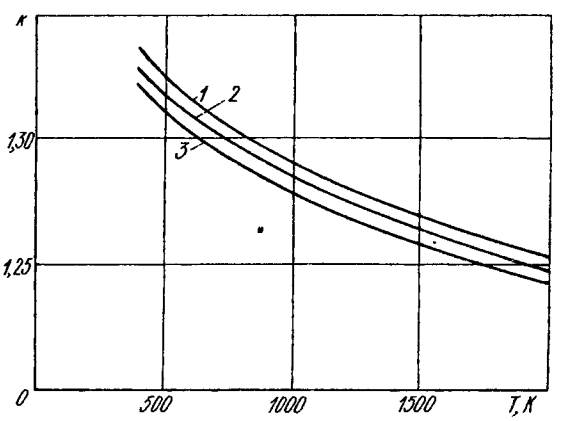


Рис. I.2. Зависимости $k(T)$ для продуктов сгорания порохов:
I - 4/7 ИГР 7/II-7; 2 - Вуфл 38-50-К; 3 - 4/7 СВРП 29/49 Т

Графики зависимостей $k = F(T)$ для продуктов сгорания порохов, полученных расчетным путем по величине c_p представлены на рис.I.2. В диапазоне температур 2000-3000 К величину k можно принимать равной I,20; в диапазоне I500-2500 К среднее значение k равно I,25. Последнее значение мы будем принимать при решении задач газодинамики.

Вязкость - свойство среды оказывать сопротивление скольжению частиц относительно друг друга. Вязкость вызывает появление касательных напряжений трения между отдельными слоями жидкости, которые согласно эмпирическому закону Ньютона пропорциональны градиенту скорости газа по нормали к слоям и не зависят от скорости

$$\tau = \eta \frac{\partial v}{\partial n}, \qquad (1.7)$$

где η - вязкость, кг/м·с.

Причиной возникновения внутреннего трения у газа считается обмен количеством движения между молекулами соседних слоев движущегося газа. С повышением температуры скорость хаотического движения молекул и вязкость газов возрастают. Имеется значительное число моделей межмолекулярного взаимодействия, удовлетворительно согласующихся с экспериментальными данными. Наиболее совершенной из них является модель Леннарда-Джонса, учитывающая как силу отталкивания, так и силу притяжения, на основе которой получена следующая формула для вязкости [8].

$$\eta = 2,6693 f_\eta \frac{\sqrt{\mu_к T}}{r_0^2 \Omega^{(2,2)} T^*} 10^{-10} \quad кг/м \cdot с. \qquad (1.8)$$

Здесь f_η - мало меняющаяся функция; r_0 - расстояние между молекулами, при котором энергия взаимодействия равна нулю; $\Omega^{(2,2)}$ - интеграл столкновений; $T^* = \frac{K}{\varepsilon} T$ - приведенная температура, где K - постоянная Больцмана; ε - минимальное значение потенциальной энергии взаимодействия.

Для полярных газов (NO, CO, NH_3, H_2O, SO_2) зависимость для вязкости имеет вид

$$\eta = 2,6693 \frac{\sqrt{\mu_к T}}{r_0^2 \Omega^{(2,2)} T^* \delta^*} 10^{-10}, \qquad (1.9)$$

где $\delta^* = \frac{1}{2} \frac{m^2}{\varepsilon r_0^3}$; m - дипольный момент. Значения K/ε, r_0, f_η, $\Omega^{(2,2)}$ даются в таблицах, например в работе [8].

Приведенные формулы дают значения вязкости при атмосферном давлении. Опыты показывают что при невысоких температурах вязкость газов очень чувствительна к давлению. При температурах свыше 1000 К вязкость практически не зависит от давления и ее можно вычислять по формулам (I.8), (I.9).

Для вычисления вязкости многокомпонентных смесей, к которым относится и пороховой газ, предложен ряд формул, например, обратная формула Манна

$$\frac{1}{\eta} = \Sigma \frac{q_i}{\eta_i} ,$$

в которой q_i, η_i - массовая доля и вязкость i -го компонента смеси. Вычисления по формуле Манна дают для порохового газа хорошие результаты, так как все компоненты его, кроме водорода, имеют близкие характеристики молекулярного переноса.

В практике газодинамических расчетов для вычисления вязкости применяют различные аппроксимирующие зависимости, из которых наиболее распространена степенная формула

$$\eta = \eta_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^m . \qquad (1.10)$$

Для порохов, применяемых в автоматическом оружии, на основании расчетов получено:

$m = 0,7236$; $\eta_0 = 390,3 \cdot 10^{-7}$ кг/м·с ; $T_0 = 1000$ К.

Вязкость газа непосредственно связана с другими процессами молекулярного переноса - диффузией и теплопроводностью.

Теплопроводность. Перенос тепловой энергии из одной части потока в другую называется теплопроводностью. Тепловой поток, передаваемый через единицу поверхности в единицу времени, выражается согласно закону Фурье

$$q = -\lambda_T \frac{\partial T}{\partial n} , \qquad (1.11)$$

где $\partial T / \partial n$ - температурный градиент по нормали к поверхности, λ_T - теплопроводность Вт/м·К. На практике для вычисления теплопроводности используют аналогию между ней и вязкостью

$$\lambda_T = \varepsilon c_w \eta . \qquad (1.12)$$

Хорошее совпадение с опытными данными дает вычисление по формуле для коэффициента пропорциональности $\varepsilon = (9k - 5)/4$. Таким образом, теплопроводность порохового газа, как и вязкость, зависит только от температуры и ее можно вычислять по формуле, аналогичной (I.IO)

$$\lambda_T = \lambda_0 \left(\frac{T}{1000}\right)^n .$$

Для продуктов сгорания порохов рассчитано:

$$\lambda_0 = 3{,}469\ 10^{-5}\ \text{Вт/м К};\quad n = 0{,}839.$$

Скорость звука в газе. Как и в упругом теле, уплотнение малой интенсивности распространяется в газе во все стороны со скоростью звука a в виде возмущения, называемого волной. Поверхность, отделяющая область возмущения от невозмущенного потока, называется фронтом волны. В однородной среде звуковая волна сферическая. По формуле Лапласа скорость звука выразится как

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s , \qquad (1.13)$$

в которой частная производная берется при постоянном значении энтропии.

Скорость звука во многом определяет свойства потока при приложении к нему внешних воздействий (подвод или отвод тепла, изменение сечения потока и т.д.). Рассмотрим точечный источник возмущения, движущийся вместе с однородным потоком и занимающий через t, $2t$, $3t$ секунд последовательные положения A_1, A_2, A_3. При $v < a$ (рис.I.3,а) сферические волны возмущения радиусами at, $2at$, $3at$ распространяются быстрее, чем сносятся вниз по потоку (vt, $2vt$, $3vt$), т.е. в дозвуковом потоке слабые возмущения распространяются по потоку выше первоначального положения источника возмущений. Поэтому, если в дозвуковом потоке имеется источник или система источников возмущений, часть потока выше источника возмущений реагирует на него и заранее перестраивается - параметры газа меняются.

При $v > a$ (рис.3,б) слабые возмущения вверх по потоку распространяться не могут и остаются внутри конуса, образующая

которого является огибающей сферических волн возмущения. Этот конус называется конусом Маха, половина угла при вершине конуса - углом Маха. Последний определяется соотношением

$$\sin\gamma = a/v.$$

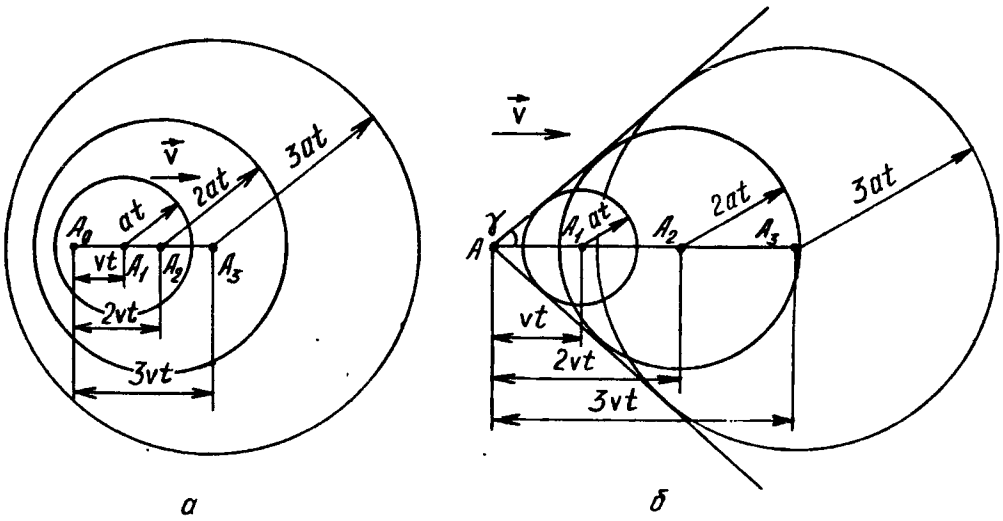


Рис.I.3.Распределение возмущений в дозвуковом потоке (а) и в сверхзвуковом потоке (б)

Поток выше источника возмущения не реагирует на него и не перестраивается соответственно характеру источника возмущения. Сверхзвуковой поток по-другому, чем дозвуковой, реагирует на внешние воздействия.

1.3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Первое начало термодинамики констатирует взаимопревращаемость различных видов энергии и представляет собой термодинамическую форму записи закона сохранения энергии. Первое начало термодинамики записывается в удельной форме (для единицы массы)

$$dq = du + dl \qquad (I.I4)$$

или для некоторой массы (объема)

$$dQ = dU + dl \qquad (I.I5)$$

и формулируется следующим образом: подведенное извне к газу элементарное количество теплоты (dq , dQ) расходуется на изменение внутренней энергии (du , dU) и на совершение элементарной работы расширения (dl, dL, $dL = pdW$). Если заменить элементарную работу dl в уравнении (I.I4), то оно примет вид

$$dq = du + pdw. \qquad (I.I6)$$

В термодинамике используется функция

$$i = u + pw, \qquad (I.I7)$$

называемая энтальпией или теплосодержанием, при введении которой в уравнение (I.I6) будем иметь

$$dq = di - wdp. \qquad (I.I8)$$

Внутренняя энергия и теплосодержание являются функциями состояния, т.е. определяются любыми двумя параметрами из трех p, ρ, T и не зависят от пути, по которому система (рабочее тело) переводится из одного рабочего состояния в другое [9].

Работа, совершаемая газом, характеризует количественно переход системы (рабочего тела) из одного состояния в другое и зависит от пути перехода. Поэтому работа, а следовательно, и подведенная теплота, являются функциями линии, и дифференциалы dq, dl - не будут полными дифференциалами некоторых функций.

В термодинамике даются следующие дифференциальные зависимости для внутренней энергии и энтальпии

$$du = c_w dT + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_w - p \right] dw, \qquad (I.I9)$$

$$di = c_p dT - \left[T\left(\frac{\partial w}{\partial T}\right)_p - w \right] dp, \qquad (I.20)$$

в которых теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении представляют собой частные производные

$$c_w = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_w , \quad c_p = \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p \quad \text{и}$$

являются в общем случае функциями параметров состояния. Для уравнений состояния вида (I.3), (I.4) выражение (I.I9) примет вид

$$du = c_w dT. \qquad (I.2I)$$

Выражение энтальпии для уравнения состояния реального газа вида (I.3) записывается

$$di = c_p dT + \alpha dp \qquad (I.22)$$

и только для идеального газа

$$di = c_p dT. \qquad (I.23)$$

В рассматриваемых случаях теплоемкости c_p , c_w зависят только от температуры, а сами значения внутренней энергии и энтальпии определяются интегралами:

для идеального газа $$u = \int_0^T c_w dT; \quad i = \int_0^T c_p dT; \qquad (I.24)$$

для реального газа $$i = \int_0^T c_p dT + \alpha p. \qquad (I.25)$$

В классической термодинамике, оперирующей с постоянным количеством газа, считается, что за начало отсчета можно принять любую температуру. Для переменного количества газа начало отсчета $T=0$ обязательно [10].

На практике теплоемкости c_p и c_w обычно принимают постоянными средними значениями. При этом формулы (I.24) для удельной внутренней энергии и удельной энтальпии примут простейший вид

$$u = c_w T; \quad i = c_p T. \qquad (I.26)$$

В формулах (I.26) теплоемкости c_p , c_w следует относить к диапазону температур $0K - TK$. Учитывая, что в реальных процессах интегрирование ведут не от абсолютного нуля, а в некоторых относительно узких по температуре пределах, средние теплоемкости относят к этим пределам и вычисляют по формулам (I.6) по заданным значениям k и R.

Первое начало термодинамики было сформулировано для процессов с постоянным количеством газа. Поэтому при применении уравнений (I.I4) - (I.I5) для процессов с переменным количеством газа возможны различные толкования отдельных составляющих уравнений, что не должно менять физической сущности первого начала термодинамики. Так под величиной $dq(dQ)$ понимается суммарное количество энергии, подведенное к газу извне или отведенное

от него, хотя формально теплота является формой энергии, передаваемой от одного тела к другому за счет разности температур.

В частном случае для процесса без теплообмена с внешней средой при $dq = 0$ получаем из первого начала термодинамики уравнение адиабаты

$$p(w-\alpha)^k = const.$$

Если $w = \frac{1}{\rho}$, то уравнение адиабаты запишется как

$$\frac{p}{\rho^k}(1-\alpha\rho)^k = const. \qquad (I.27)$$

Для идеального газа, полагая $\alpha = 0$, получим уравнение адиабаты Пуассона

$$\frac{p}{\rho^k} = const \qquad (I.28)$$

Из уравнений (I.27), (I.28), имея ввиду, что

$$const = \frac{p_0}{\rho_0^k}(1-\alpha\rho_0)^k,$$

можно получить следующие соотношения:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\,\frac{1-\alpha\rho_0}{1-\alpha\rho}\right)^k = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \qquad (I.29)$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^k = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}. \qquad (I.30)$$

1.4. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Первое начало термодинамики, констатируя взаимопревращаемость различных видов энергии и устанавливая общий баланс энергии, должно быть дополнено качественным условием направленности процессов превращения, называемого вторым началом термодинамики. Второе начало термодинамики тесно связано с понятием термодинамической равновесности и обратимости процессов.

В равновесных процессах параметры состояния ρ, ρ, T в каждый момент времени одинаковы по всему объему. В реальных процессах, протекающих с определенной конечной скоростью, параметры состояния не успевают выровняться, т.е. все реальные процессы, протекающие в конечных объемах, неравновесны и неравновесность выступает как свойство макропроцессов. Реальные неравновесные процессы обычно характеризуют некоторыми средними для рассматриваемого объема значениями параметров состояния, учитывая неравновесность косвенно введением коэффициентов согласования. Поскольку реальные процессы не могут быть равновесными, они не могут быть обратимыми даже теоретически и тем более практически в силу невозможности обращения некоторых внешних воздействий (теплоотдача, трение и т.п.). Оба свойства необратимых процессов объединяют в одном понятии, называемом принципом максимальной работы, из которого следует, что все реальные процессы обладают природной склонностью к качественной потере энергии. Для математического описания этого свойства в термодинамике введена функция состояния S, называемая энтропией и определяемая выражением

$$dS = \frac{dq}{T},$$

из которого, применяя уравнения (I.I6), (I.2I) получаем

$$\frac{\Delta S}{R} = \ln\left[\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \frac{\rho_2}{\rho_1}\right]. \qquad (I.3I)$$

Выражение (I.3I) позволяет только вычислить изменение энтропии при ходе процесса от параметров состояния ρ_1, T_1 до параметров ρ_2, T_2 и не устанавливают закона ее изменения.

Условие $dS = 0\ (S = const)$ приводит к известному уравнению адиабаты, т.е. адиабатический процесс является одновременно и изэнтропическим. Последнее понятие является более широким. Можно, например, представить пример неадиабатического, но изэнтропического процесса, когда в газе вследствие трения выделяется количество теплоты, в точности равное отводимой во внешнюю среду. Во всех остальных случаях при отсутствии подвода энергии

извне имеет место неравенство

$$dS > 0 \qquad (I.32)$$

или [IO,II]

$$\frac{k}{k-1}\frac{dT}{T} > \frac{d\rho}{\rho}, \qquad (I.33)$$

представляющее собой аналитическое выражение второго начала термодинамики.

Второе начало термодинамики утверждает направленность реальных, необратимых процессов изменения состояния газа - без подвода энергии извне нельзя изолированную от внешней среды систему вернуть в исходное состояние. Выражение (I.32) показывает, что только для обратимых процессов можно подсчитать значение энтропии, которое для них постоянно; для необратимых процессов можно лишь судить об ее изменении. При отсутствии подвода энергии извне энтропия системы никогда не может уменьшаться, т.е. условие $dS \geq 0$ является для изолированных процессов критерием правильности решения задач. Второе начало термодинамики не позволяет определить постоянную энтропию S_0, которая, как доказывается в термодинамике, является величиной конечной и независящей от параметров состояния. При решении газодинамических задач это и не нужно, так как величина S_0 непосредственно в расчеты не входит, достаточно знать лишь изменение энтропии ΔS.

1.5. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ГАЗОДИНАМИКИ

Система уравнений газодинамики в общем случае состоит из четырех уравнений, три из которых представляют математическую запись законов сохранения - вещества, количества движения, энергии, а четвертое - уравнение состояния.

Как указывалось выше, в газодинамике автоматического оружия при написании системы уравнений диссипативными силами пренебрегают (там, где необходимо, их учитывают косвенно), а параметры газа осредняют по сечению. Кроме того мы имеем дело, как правило, с осесимметричными течениями, которые можно рассматривать как течения в трубе переменного сечения.

В этом случае, хотя сечение потока переменно, течение газа сводится к квазиодномерному течению, в котором параметры газа зависят от одной пространственной координаты x и време-

ни t . Часто такой подход называют принципом единичной струйки или гидравлическим, так как по сечению такой элементарной струйки всегда возможно с точностью до малых высшего порядка осреднение параметров газа. Так как число уравнений газодинамики, которыми мы располагаем при решении задач, соответствует числу искомых функций p , ρ , T и v , говорят, что система является замкнутой, т.е. принципиально разрешимой. Более общие случаи газовых течений не меняют существа дела; тогда уравнение количества движения расписывается в координатной форме, а диссипативные силы выражаются через параметры газа.

Уравнение неразрывности. Такое уравнение представляет собой математическую запись закона сохранения вещества для движения газа как сплошной среды. При этом мы можем записать для элементарной массы dm (рис.I.4,а)

$$\frac{d}{dt}(dm) = 0. \qquad (I.34)$$

Полагая, что выделенный элемент сохраняет при движении форму, подобную первоначальной и, что с точностью до малых высшего порядка

$$dm = \rho dW = s\rho dx,$$

из уравнения (I.34) получаем после дифференцирования

$$\frac{d\rho}{dt} s dx + \rho \frac{d}{dt}(dW) = 0. \qquad (I.35)$$

Производная $\frac{d}{dt}(dW)$ представляет собой изменение объема массы в единицу времени и равна

$$\frac{d}{dt}(dW) = \left(s + \frac{\partial s}{\partial x} dx\right)\left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx\right) - sv,$$

а полная (субстанциальная) производная функции $\rho(x,t)$ записывается по общему правилу

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x}.$$

Тогда уравнение (I.35) примет после преобразований вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho s) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho s v) = 0. \qquad \text{(I.36)}$$

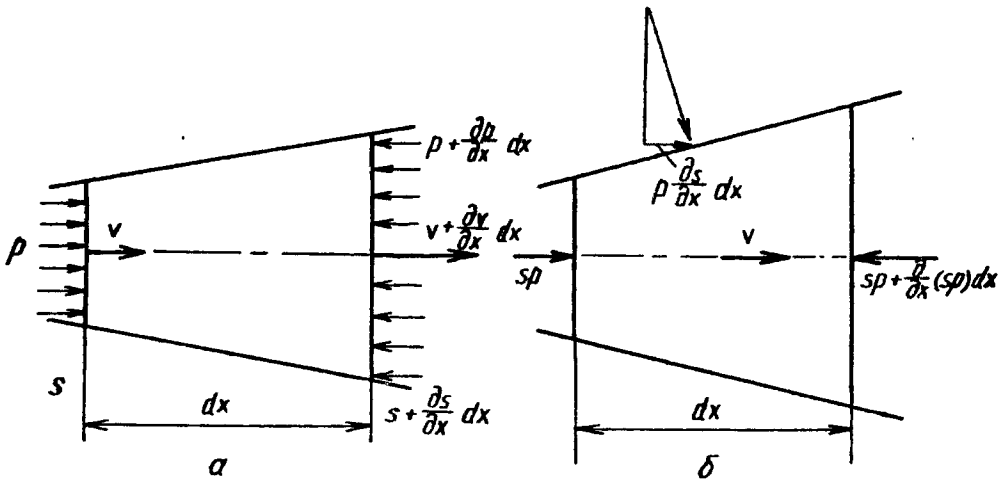


Рис.I.4.К выводу уравнения неразрывности (а) и уравнения энергии (б)

Уравнение (I.36) является уравнением неразрывности для неустановившегося движения газа. Введя понятие секундного расхода газа $G = s\rho v$, запишем уравнение неразрывности в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{G}{v}\right) + \frac{\partial G}{\partial x} = 0 \qquad \text{(I.37)}$$

Для установившегося движения газа $\partial\rho/\partial t = 0$ и уравнения (I.36), (I.37) приводятся после интегрирования к простейшей форме

$$G = s\rho v = const, \qquad \text{(I.38)}$$

а при $s = const$

$$\rho v = const. \qquad \text{(I.39)}$$

Установившееся движение газа предполагает неизменность секундного расхода газа как по времени, так и при переходе от одного сечения к другому. При квазистационарном подходе уравнение (I.38) предполагает равенство секундного расхода только при переходе от одного сечения к другому; по времени расход может меняться.

Уравнение сохранения количества движения. Для получения уравнения рассмотрим схему сил, действующих на элемент потока массой dm, в трубе переменного сечения (рис.I.4,б). Запишем уравнение движения элемента

$$\frac{d}{dt}(dmv) = -\left[sp + \frac{\partial}{\partial x}(sp)dx \right] + sp + p\frac{\partial s}{\partial x}dx, \qquad (I.40)$$

где величина $N = p\frac{\partial s}{\partial x}dx$ представляет собой осевую составляющую реакции воздействия стенок трубы, появившуюся вследствие изменения площади поперечного сечения. Заменяя $dm = \rho s dx$, получим после дифференцирования и преобразований

$$\frac{d}{dt}(s\rho v)dx + s\rho v\frac{d}{dt}(dx) = \frac{\partial}{\partial x}(sp)dx + p\frac{\partial s}{\partial x}dx. \qquad (I.4I)$$

Величина $\frac{d}{dt}(dx)$ представляет собой скорость продольной деформации потока и выражается через конвентивную производную скорости

$$\frac{d}{dt}(dx) = dv = \frac{\partial v}{\partial x}dx,$$

а производная

$$\frac{d}{dt}(s\rho v) = \frac{\partial}{\partial t}(s\rho v) + v\frac{\partial}{\partial x}(s\rho v).$$

После подстановки этих величин в уравнение (I.4I) получаем уравнение количества движения газового потока в окончательном виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(s\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(s\rho v^2 + sp) = p\frac{\partial s}{\partial x}. \qquad (I.42)$$

Введя в уравнение (I.42) секундный расход газа и полную стационарную реакцию потока

$$R = Gv + sp, \qquad (I.43)$$

перепишем уравнение (I.42) в виде

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x}.$$

Полная стационарная реакция потока R состоит из двух слагаемых: первое слагаемое - динамическая составляющая ρv , представляет собой количество движения газового потока в единицу времени; вторая - статическая составляющая sp . Хотя величина R и имеет физический смысл, она для движущегося газа является условной, так как может быть обнаружена лишь при полном торможении потока.

Рассмотрим некоторые частные случаи уравнения сохранения количества движения.

I. Неустановившийся поток в трубе с постоянной площадью поперечного сечения.

В этом случае $ds/dx = 0$ и уравнение (I.42) имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2 + p) = 0 . \qquad (I.44)$$

2. Установившийся поток в трубе постоянного сечения. Полагая в уравнении (I.44) $\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) = 0$, получаем

$$p + \rho v^2 = const . \qquad (I.45)$$

3. Установившийся осесимметричный поток в трубе переменного сечения.

Рассмотрим этот случай подробнее. Уравнение (I.42) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x}(s\rho v^2 + sp) = p\frac{\partial s}{\partial x}$$

или

$$\frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x} . \qquad (I.46)$$

Так как при стационарном движении $\frac{\partial R}{\partial x} dx = dR$, уравнение (I.46) можно записать

$$dR = dN$$

и после интегрирования между двумя сечениями потока имеем

$$N = R_2 - R_1 . \qquad (I.47)$$

Выражение (I.47) вскрывает природу осевой составляющей силы реакции N - осевая составляющая сила реакции резервуара между двумя сечениями равна разности конечного и начального значений полной стационарной реакции потока. В практических задачах это уравнение часто применяется самостоятельно. При $s = const$ получим $R = const$, что вполне согласуется с физической природой реакции N, существование которой связано с наличием градиента площади поперечного сечения потока.

Уравнение Бернулли. Преобразуем уравнение движения элемента потока, исходя из закона сохранения вещества $\frac{d}{dt}(dm) = 0$. Тогда уравнение (I.40) можно представить в виде

$$\rho s dx \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} dx$$

или в частных производных

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}. \qquad (I.48)$$

Полученное уравнение представляет собой уравнение движения газового потока в форме Эйлера и заменяет уравнение сохранения количества движения, т.е. при решении задач газодинамики можно использовать только одно из этих уравнений. Практически уравнение (I.48) используется для расчета неустановившихся течений газа, тогда как уравнение (I.42) более удобно для решения задач газодинамики в стационарной или квазистационарной постановке. Уравнение (I.48) можно преобразовать к виду

$$d\left(\frac{v^2}{2}\right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dx = 0,$$

из которого для стационарного движения получаем выражение

$$d\left(\frac{v^2}{2}\right) + \frac{dp}{\rho} = 0, \qquad (I.49)$$

известное как уравнение Бернулли. Уравнение Бернулли иногда отождествляется с уравнением энергии для стационарного движения газа, так как дифференциал $d(v^2/2)$ имеет размерность

удельной кинетической энергии. Однако в силу того, что уравнение (I.49) получено путем чисто математических преобразований уравнения движения, оно оказывается эквивалентным последнему. Однако, если интеграл $\int \frac{dp}{\rho}$ выразить с помощью первого начала термодинамики или уравнения процесса $p = f(\rho)$, уравнение Бернулли превратится в уравнение энергии. Учитывая это обстоятельство, в уравнение Бернулли часто вводят ряд работ: dh - потенциальную энергию положения, dl_r - удельную работу трения, $dl_т$ - внешнюю "техническую" работу, и с учетом этих работ его записывают

$$d\left(\frac{v^2}{2}\right) + \frac{dp}{\rho} + dh + dl_r + dl_т = 0.$$

При дозвуковых течениях газа часто применяют уравнение Бернулли для несжимаемой жидкости. При $\rho = const$ уравнение (I.49) интегрируется и примет вид

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} = const.$$

При $v = 0$ имеем $const = \bar{p}$, где $\bar{p}$ представляет собой полное давление или давление в заторможенном состоянии. При этом получим

$$\bar{p} = p + \frac{\rho v^2}{2}. \qquad (I.50)$$

Уравнение энергии. Для вывода уравнения энергии рассмотрим виды энергии при движении элемента газа массой $\rho s dx$ при наличии обмена энергией с внешней средой (см.рис.I.4,а): полная энергия массы элемента $\rho s dx\, E$, где $E = u + \frac{v^2}{2}$; работа сил давления на границах элемента в единицу времени

$$psv - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right)\left(s + \frac{\partial s}{\partial x} dx\right)\left(v + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = -\frac{\partial}{\partial x}(spv)dx;$$

энергия, подводимая извне или выделяемая внутренними источниками теплоты в единицу времени

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dQ}{dt}\right)dx,$$

где $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dQ}{dt}\right)$ - количество теплоты, подведенное к единице длины в единицу времени.

Условимся величину dQ/dt считать положительной при подводе энергии. Тогда согласно закону сохранения энергии изменение полной энергии элемента в единицу времени должно быть равно работе расширения на границах элемента плюс энергия, подведенная извне в единицу времени, что записывается математически

$$\frac{d}{dt}(\rho s dx E) = -\frac{\partial}{\partial x}(sp v) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dQ}{dt}\right) \qquad (I.5I)$$

Так как $\frac{d}{dt}(\rho s dx) = 0$, то

$$\frac{d}{dt}(\rho s dx E) = \rho s dx \frac{\partial E}{\partial t} + \rho s v dx \frac{\partial E}{\partial x},$$

и, используя правило дифференцирования произведения и уравнение (I.36), получим

$$\frac{d}{dt}(\rho s dx E) = \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho s E) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho s v E)\right] dx. \qquad (I.52)$$

Подставив в уравнение (I.5I) выражение (I.52), имеем

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho s E) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho s v E) + \frac{\partial}{\partial x}(sp v) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dQ}{dt}\right).$$

Прибавим к левой части уравнения и вычтем величину

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho s) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\rho}\rho s\right).$$

Тогда, введя в уравнение согласно формуле (I.I7) выражение полного теплосодержания, которое может служить мерой полной энергии потока,

$$\bar{i} = E\frac{p}{\rho} = i + \frac{v^2}{2},$$

запишем уравнение энергии в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho s \bar{i}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho s v \bar{i}) - \frac{\partial}{\partial t}(\rho s) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right). \qquad (I.53)$$

Если ввести в уравнение (I.53) выражение секундного расхода $G = s\rho v$, то получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{G}{v}\bar{i}\right) + \frac{\partial}{\partial x}(G\bar{i}) - \frac{\partial}{\partial t}(\rho s) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dQ}{dt}\right). \qquad (I.54)$$

Рассмотрим частные случаи уравнения энергии.

I. Энергетически изолированный стационарный поток. Полагая в уравнении (I.53) $dQ/dt = 0$, имеем

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho s\bar{i}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho s v\bar{i}) - \frac{\partial}{\partial t}(\rho s) = 0,$$

откуда следует, что при стационарном движении полная энергия единицы массы газа не является постоянной и, несмотря на адиабатический характер движения, такой поток не будет изэнтропическим.

2. Стационарное движение с обменом энергией с внешней средой. В этом случае удобно исходить из уравнения (I.54), которое при $\partial/\partial t = 0$ принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x}(G\bar{i}) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dQ}{dt}\right). \qquad (I.55)$$

Так как при стационарном движении $G = const$ и $\frac{\partial i}{\partial x}dx = d\bar{i}$, то интегрируя уравнение (I.55) от сечения с координатой x_1 до сечения с координатой x_2 , получим

$$\bar{i}_2 - \bar{i}_1 = q_{12}, \qquad (I.56)$$

где величина

$$q_{12} = \frac{1}{G}\int_{x_1}^{x_2} d\left(\frac{dQ}{dt}\right) = \frac{1}{G}\frac{dQ_{12}}{dt} \qquad (I.57)$$

представляет собой тепловой поток (энергию), подведенный к единице массы газа. Уравнение (I.56) формулируется следующим образом: изменение удельного полного теплосодержания газа между двумя сечениями равно удельному количеству теплоты (энергии), подведенной к газу извне.

3. Энергетически изолированное стационарное течение газа.

Полагая $q_{12}=0$, имеем из уравнения (I.56)

$$\bar{i}_2 = \bar{i}_1 = \bar{i} = const .$$

Заменив выражение полного теплосодержания, запишем

$$i + \frac{v^2}{2} = \bar{i} = const , \qquad (I.56)$$

т.е. при стационарном энергетически изолированном течении газа удельное полное теплосодержание постоянно по потоку в любом сечении. Уравнение (I.56) можно получить из первого начала термодинамики. Из уравнения (I.I8) при $dq=0$ имеем $di = \frac{dp}{\rho}$ и далее из уравнения Бернулли

$$d\left(\frac{v^2}{2}\right) + di = 0.$$

Интегрируя последнее, получаем уравнение (I.56).

Так как предположение $dq=0$ в первом начале термодинамики приводит к уравнению изэнтропического процесса, уравнение (I.56) будет также соответствовать изэнтропическому процессу. Из изложенного следует также, что поскольку в энергетически изолированном нестационарном потоке не имеет места $\bar{i}=0$, он не является изэнтропическим. Уравнение (I.56) можно распространить и на стационарные течения с обменом энергией. В этом случае следует принимать удельное полное теплосодержание величиной переменной. Можно полагать, например, для произвольного сечения по аналогии с формулой (I.56)

$$\bar{i} = \bar{i}_0 + q.$$

I.6. ИССЛЕДОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ДЛЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ИЗОЛИРОВАННОГО СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА

Как указывалось ранее, многие задачи прикладной газодинамики могут быть сведены к модели стационарного энергетически изолированного течения газа. Уравнение энергии для этого случая применяется в различных формах, изучение которых представляет интерес. Будем исходить из уравнения (I.56), в котором полное теплосодержание $\bar{i}$ рассматривается как мера полной энергии потока. Эту функцию можно трактовать с физической точки зрения и по-другому. Представим себе, что поток плавно без потерь тормозится без изменения физических свойств газа до ско-

рости $v=0$. При этом кинетическая энергия будет переходить во внутреннюю. Следовательно, теплосодержание газа будет возрастать и при $v=0$ примет максимальное значение, равное $\bar{I}$. Такое мысленное, фиктивное состояние движущегося газа, в котором вся кинетическая энергия перешла во внутреннюю, называют заторможенным состоянием. Заторможенное состояние, как и любое состояние движущегося газа, характеризуется тремя термодинамическими параметрами, температурой $\bar{T}$, плотностью $\bar{\rho}$ и давлением $\bar{p}$. Последнее часто называют полным давлением. Для энергетически изолированного невязкого течения газа в заторможенном состоянии параметры постоянны. Выразив в уравнении (I.56) теплосодержание согласно формуле (I.25), будем иметь

$$I + \frac{v^2}{2c_p} = \bar{I} + \frac{\alpha}{c_p}(\bar{p} - p). \qquad (I.57)$$

Для идеального газа

$$\bar{T} = T + \frac{v^2}{2c_p}. \qquad (I.58)$$

Оценим влияние второго слагаемого в правой части уравнения (I.57) для газовых устройств, расположенных близко к сечению p_m, где это влияние максимально. Примем $\bar{p}$ = 2000 кг/см^2 = 200 МПа, $\bar{T}$ = 2500 К, $\alpha = 10^{-3}$ м^3/кг, k = 1,25.

Тогда

$$c_p = \frac{k}{k-1} R = 5 \cdot 348$$

и при критическом истечении, когда $p = p^* \approx 0,55\bar{p}$, имеем

$$\frac{\alpha}{c_p}(\bar{p} - p) = \frac{10^{-3}}{5 \cdot 348} \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 0,45 = 51,$$

что составляет 2% от значения $\bar{T}$. В среднем для всего процесса влияние члена, содержащего коволюм, будет меньше и им можно пренебречь. Поэтому в дальнейшем будем пользоваться уравнением (I.58) как для реального, так и для идеального газа. Замечание уравнения (I.57), (I.58) справедливы и для течений с особой энергией. При этом каждому сечению потока соответствует

свое заторможенное состояние со своими параметрами, и уравнение энергии можно переписать, используя формулу (I.56)

$$\frac{q_{12}}{c_p} = T_2 + \frac{v_2^2}{2c_p} - \left(T_1 + \frac{v_1^2}{2c_p} \right), \qquad (I.59)$$

Рассмотрим другой крайний случай, когда вся внутренняя энергия газа перейдет без потерь в кинетическую. Такое, также фиктивное состояние, характеризуется максимальной скоростью потока. Обозначим ее v_∞ и назовем предельной скоростью. Выражение для предельной скорости потока получим из уравнения (I.58), приняв в нем $T = 0$ и использовав формулу (I.6). Тогда

$$v_\infty = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R\bar{T}} \; . \qquad (I.60)$$

Так же как и полное теплосодержание, величина v_∞ характеризует полную энергию потока, наглядно представляя его кинематические возможности. Оценим значение предельной скорости порохового газа. При $R\bar{T} \approx f = 10^6$ Дж/кг, $k = 1{,}25$ из формулы (I.60) имеем

$$v_\infty = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}25}{1{,}25 - 1} \cdot 10^6} = 3160 \text{ м/с}$$

Это значение скорости ориентировочно характеризует возможности ствольного артиллерийского оружия с классической схемой выстрела, так как в пределе скорость снаряда стремится к предельной скорости газа. Следует иметь в виду, что формула (I.60) характеризует предельное значение скорости потока только для стационарного течения газа, или для течений, сводимых к стационарному, при которых отсутствуют волновые процессы в газе. При нестационарном течении на основное движение газа накладываются волновые процессы, происходит перераспределение энергии между отдельными слоями газа и скорости в отдельных сечениях могут значительно превышать значения v_∞, подсчитанные по формуле (I.60).

В газодинамике часто используется еще одна характерная величина - критическая скорость. При разгоне и торможении газового потока можно представить себе случаи, когда его скорость

равна скорости звука. Такое сечение называется критическим, а скорость в нем - критической. Получим рабочую формулу для скорости звука из выражения (I.I3). Для изэнтропического процесса $(\partial p/\partial \rho)_S = dp/d\rho$. Тогда, дифференцируя уравнение (I.27), имеем

$$dp(1-\alpha\rho)^k - k\alpha\rho(1-\alpha\rho)^{k-1}d\rho = k\rho^{k-1}d\rho\, const$$

и далее, заменяя $const$ согласно тому же уравнению, получим после преобразований

$$\frac{dp}{d\rho} = k\frac{p}{\rho}\frac{1}{1-\alpha\rho}$$

и

$$a = \sqrt{k\frac{p}{\rho}\frac{1}{1-\alpha\rho}} = \frac{\sqrt{kRT}}{1-\alpha\rho} . \qquad (I.6I)$$

Для идеального газа формула для скорости звука примет вид

$$a = \sqrt{k\frac{p}{\rho}} = \sqrt{kRT} . \qquad (I.62)$$

Из формул (I.6I) и (I.62) следует, что скорость звука является функцией параметров состояния и меняется при течении газа. Чтобы исследовать ее изменение, преобразуем уравнение (I.58)

$$\bar{a}^2(1-\alpha\bar{\rho})^2 = a^2(1-\alpha\rho)^2 + \frac{k-1}{2}v^2 . \qquad (I.63)$$

Полученное уравнение связывает между собой скорость потока и скорость звука: при увеличении скорости потока скорость звука падает, так как левая часть уравнения для энергетически изолированного потока постоянна, а величина $(1-\alpha\rho)^2$, представляет собой поправку на реальность свойств газа и растет медленнее, чем падает температура.

В предельных случаях имеем из уравнения (I.63): при $v=0$ - $\rho=\bar{\rho}$, $a=\bar{a}$; при $T=0$ - $a=0$ и $v^2 = \frac{2}{k-1}\bar{a}^2(1-\alpha\bar{\rho})^2 = v_\infty^2$.

Для идеального газа, подчиняющегося уравнению Клапейрона, уравнение (I.63) примет вид

$$\bar{a}^2 = a^2 + \frac{k-1}{2} v^2 . \qquad (I.64)$$

Уравнение (I.64) известно в литературе под названием уравнения адиабатного эллипса, хотя уравнение (I.63) также характеризует собой эллипс. Поделив уравнение (I.64) почленно на величину $\bar{a}^2$, получим каноническое уравнение эллипса

$$\frac{a^2}{\bar{a}^2} + \frac{v^2}{v_\infty^2} = 1$$

с полуосями $a = \bar{a}$ и $b = v_\infty$.

Чтобы получить формулу для критической скорости, примем в уравнении (I.63) $v = a = a^*$. Тогда имеем

$$a^* = \frac{\bar{a}(1-\alpha\bar{\rho})}{\sqrt{(1-\alpha\rho^*)^2 + \frac{k-1}{2}}} = \sqrt{\frac{kR\bar{T}}{(1-\alpha\rho^*)^2 + \frac{k-1}{2}}} . \qquad (I.65)$$

Для идеального газа $\alpha = 0$ и формула для критической скорости примет вид

$$a^* = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R\bar{T}} . \qquad (I.66)$$

Получим зависимости для параметров состояния в критическом сечении; при этом исходим из формулы (I.65). Так как согласно общей формуле (I.6I)

$$a^* = \frac{\sqrt{kRT^*}}{1-\alpha\rho^*} \quad , \text{ то}$$

$$\frac{T^*}{\bar{T}} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2(1-\alpha\rho^*)^2}} . \qquad (I.67)$$

Далее из изэнтропических соотношений (I.29) получаем

$$\frac{\rho^*}{\bar{\rho}} = \left[1 + \frac{k-1}{2(1-\alpha\rho^*)^2}\right]^{-\frac{k}{k-1}} , \qquad (I.68)$$

$$\frac{\rho^*}{\bar{\rho}}\ \frac{1-\alpha\bar{\rho}}{1-\alpha\rho^*}=\left[1+\frac{k-1}{2(1-\alpha\rho^*)^2}\right]^{-\frac{1}{k-1}}. \qquad (I.69)$$

Для идеального газа формулы для параметров состояния в критическом сечении выводятся из зависимостей (I.67) - (I.69) при $\alpha = 0$.

$$\frac{T^*}{\bar{T}}=\frac{2}{k+1}, \qquad (I.70)$$

$$\frac{\rho^*}{\bar{\rho}}=\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \qquad (I.71)$$

$$\frac{\rho^*}{\bar{\rho}}=\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \qquad (I.72)$$

Определение параметров газа в критическом сечении по формулам (I.67) - (I.69) производится методом последовательных приближений. Практически достаточно двух сближений, используя в качестве первого приближения значение $\alpha\rho^*$, подсчитанное по формуле (I.72).

Из выражений (I.65) - (I.72) следует, что для изэнтропических течений каждому конкретному потоку соответствует единственное значение критической скорости и единственные значения параметров T^*, ρ^*, ρ^*, зависящие от величины k, т.е. от природы газа. Из зависимостей (I.65), (I.66), видно, что значение критической скорости для конкретного реального газа зависит, в основном, от значения $\bar{T}$, а для идеального газа только от $\bar{T}$, характеризующего полную энергию единицы массы газа. Поэтому значение a^* также будет характеризовать энергетический уровень потока: чем выше удельная энергия потока, тем больше значение критической скорости при неизменных свойствах газа.

Оценим максимальное значение критической скорости для порохового газа. При $R\bar{T} \approx f = 10^6$ Дж/кг и $k = 1{,}25$ из формулы

(I.66) получаем

$$a^* = \sqrt{\frac{2,1,25}{1,25+1}\ 10^6} = 1050\ м/с$$

При k = I,2 имеем a^* = II00 м/с.

Уравнение энергии в безразмерной форме. На практике уравнение энергии часто применяется в безразмерной форме. Это возможно, если скорости потока измерять в каких-либо относительных переменных. К таким переменным можно отнести число Маха $M = v/a$, где v, a - скорость потока и скорость звука в данном сечении; и число λ, называемое просто безразмерной скоростью.

$$\lambda = \frac{v}{a^*} .$$

Для дозвукового потока $v < a$, $M < 1$, $\lambda < 1$, для звукового (критического) потока $M = \lambda = 1$ и для сверхзвукового потока $v > a$, $M > 1$, $\lambda > 1$.

Запишем уравнение энергии через число M. Для этого поделим уравнение (I.63) на величину $a^2(1-\alpha\rho)^2 = kRT$

$$\frac{\bar{a}^2(1-\alpha\bar{\rho})^2}{a^2(1-\alpha\rho)^2} = 1 + \frac{k-1}{2(1-\alpha\rho)^2}\frac{v^2}{a^2} .$$

После преобразований получим

$$\frac{\bar{T}}{T} = 1 + \frac{k-1}{2(1-\alpha\rho)^2} M^2 . \qquad (I.73)$$

Чтобы записать уравнение энергии через безразмерную скорость λ, поделим уравнение (I.63) на величину a^{*2}. Подставив выражение a^{*2} согласно формуле (I.65), получим

$$\frac{T}{\bar{T}} = 1 - \frac{k-1}{2}\frac{1}{(1-\alpha\rho^*)^2 + \frac{k-1}{2}}\lambda^2 . \qquad (I.74)$$

Уравнения (I.73), (I.74) дают отношение $T/\bar{T}$ как функцию двух безразмерных критериев - числа M или λ и параметра $\alpha\rho$.

Если ввести в рассмотрение приведенные значения чисел M и λ, равные

$$\bar{M} = \frac{M}{1-\alpha\rho}, \quad \bar{\lambda} = \lambda\sqrt{\frac{k+1}{2(1-\alpha\rho^*)^2+k-1}},$$

уравнения (I.73) и (I.74) запишутся как

$$\left.\begin{aligned}\frac{\bar{T}}{T} &= 1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2,\\ \frac{T}{\bar{T}} &= 1-\frac{k-1}{k+1}\bar{\lambda}^2.\end{aligned}\right\} \qquad (I.75)$$

Используя изэнтропические соотношения (I.29), получим выражения для отношения давлений и плотностей

$$\left.\begin{aligned}\frac{\bar{p}}{p} &= \left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right)^{\frac{k}{k-1}},\\ \frac{p}{\bar{p}} &= \left(1-\frac{k-1}{k+1}\bar{\lambda}^2\right)^{\frac{k}{k-1}};\end{aligned}\right\} \qquad (I.76)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\bar{\rho}}{\rho}\,\frac{1-\alpha\rho}{1-\alpha\bar{\rho}} &= \left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right)^{\frac{1}{k-1}},\\ \frac{\rho}{\bar{\rho}}\,\frac{1-\alpha\bar{\rho}}{1-\alpha\rho} &= \left(1-\frac{k-1}{k+1}\bar{\lambda}^2\right)^{\frac{1}{k-1}}.\end{aligned}\right\} \qquad (I.77)$$

Для идеального газа $\bar{M}=M$, $\bar{\lambda}=\lambda$, и выражения (I.75) - (I.77) примут вид, в котором они обычно приводятся в литературе

$$\left.\begin{aligned}\frac{\bar{T}}{T} &= 1+\frac{k-1}{2}M^2,\\ \frac{T}{\bar{T}} &= 1-\frac{k-1}{k+1}\lambda^2;\end{aligned}\right\} \qquad (I.78)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\bar{p}}{p} &= \left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{k}{k-1}},\\ \frac{p}{\bar{p}} &= \left(1-\frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\frac{k}{k-1}};\end{aligned}\right\} \qquad (I.79)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\bar{\rho}}{\rho} &= \left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{1}{k-1}},\\ \frac{\rho}{\bar{\rho}} &= \left(1-\frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}.\end{aligned}\right\} \qquad (I.80)$$

Уравнения (I.75) - (I.77), записанные с учетом коволюма, внешне не отличаются от уравнений (I.78) - (I.80), записанных для идеального газа. Однако, при пользовании уравнениями нужно помнить, что $\bar{M} > M$, $\bar{\lambda} > \lambda$ и в критическом сечении $\bar{M}^* \neq 1$, $\bar{\lambda}^* \neq 1$. Примечательно, что число M совпадает с числом M_u для идеального газа. В самом деле, так как $M = v/a$ и

$$a = \frac{\sqrt{kRT}}{1-\alpha\rho} = \frac{a_u}{1-\alpha\rho}, \qquad \bar{M} = \frac{v}{a_u} = M_u,$$

где a_u - скорость звука, вычисленная в предположении, что действительный газ является идеальным. Аналогично $\bar{\lambda} = \lambda_u$. Это обстоятельство позволяет избежать при расчетах с помощью уравнений (I.75) - (I.77) метода последовательных приближений.

Исследуем зависимости (I.75) - (I.80) для изэнтропических течений. Правые части уравнений (I.78) - (I.80) являются функциями числа M или безразмерной скорости λ и показателя изэнтропы k. При заданном значении k для идеального газа имеем

$$\frac{T}{\bar{T}}, \quad \frac{\rho}{\bar{\rho}}, \quad \frac{p}{\bar{p}} = f_{1,2,3}(M).$$

Для реального газа, подчиняющегося уравнению состояния вида (I.3),

$$\frac{T}{\bar{T}}, \frac{\rho}{\bar{\rho}}, \frac{\rho}{\bar{\rho}} = f_{1,2,3}(M, \alpha\rho),$$

так как текущее значение параметра $\alpha\rho$ зависит от параметра в заторможенном состоянии $\alpha\bar{\rho}$ и числа M. Это значит, что отношения параметров состояния будут являться функциями не только числа M или λ, но и начального состояния.

Заметим, что, хотя формулы (I.75) - (I.80) были получены для изэнтропических потоков, они могут применяться и для неизэнтропических течений - с обменом энергией с внешней средой и с гидравлическими потерями, к которым относятся потери скоростного напора ρv^2 на трение и, в так называемых, местных сопротивлениях (внезапное сужение, внезапное расширение). Однако в этом случае все формулы имеют локальное значение, т.е. относятся к конкретному сечению потока, которому соответствуют свои, индивидуальные значения параметров в заторможенном состоянии $\bar{T}$, $\bar{\rho}$, $\bar{\rho}$. Для течений только с гидравлическими потерями имеем $\bar{T} = const$, но

$\bar{\rho} = var$, $\bar{\rho} = var$.

Все сказанное выше относится и к параметрам газа в критическом сечении. При наличии потерь каждому сечению потока соответствуют свои значения критической скорости и параметров состояния. Но для всего потока в целом при заданных потерях существует единственное критическое сечение с единственными значениями скорости и параметров состояния, зависящими от параметров газа в начальном сечении потока.

Иногда реальные неизэнтропические процессы можно описывать уравнением политропы

$$\frac{\rho}{\rho^n}(1-\alpha\rho)^n = const$$

с постоянным средним значением показателя n. Уравнение политропы приводит к соотношениям, аналогичным (I.29)

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\,\frac{1-\alpha\rho_0}{1-\alpha\rho}\right)^n = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{n}{n-1}}. \qquad (I.81)$$

Соотношения (I.8I) позволяют применять для расчета неизэнтропических течений уравнения, аналогичные (I.75) - (I.77), но в которых показатели степени записываются через показатель политропы:

$$\frac{\bar{T}_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}^2,$$

$$\frac{\bar{\rho}_0}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right)^{\frac{n}{n-1}},$$

$$\frac{\bar{\rho}_0}{\rho}\,\frac{1-\alpha\rho}{1-\alpha\bar{\rho}_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right)^{\frac{1}{n-1}}.$$

Таким образом, уравнение политропы дает возможность при решении задач для неизэнтропических течений исходить только из значений параметров в заторможенном состоянии для начального сечения.

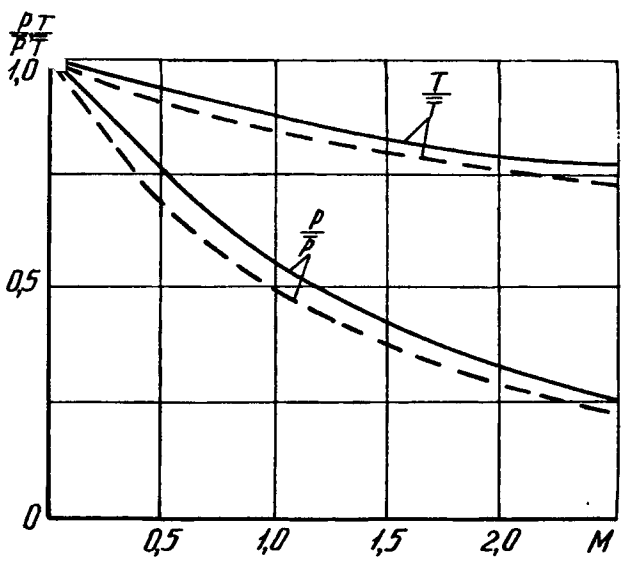


Рис.I.5.Графики функций $T/\bar{T}$, $\rho/\bar{\rho} = f_{1,2}(M)$:

—— $\alpha\bar{\rho} = 0$; - - - $\alpha\bar{\rho} = 0{,}1$

Влияние начального состояния газа на отношение термодинамических параметров видно из рис. I.5 , на котором представлены зависимости $T/\bar{T}$, $\rho/\bar{\rho} = f_{1,2}(M, \alpha\bar{\rho})$ при $k = 1{,}25$.

Влияние коволюма сказывается при $\alpha\bar{\rho} > 0{,}1$, особенно на отношение давлений и плотностей, где оно оценивается в 5 - 20%.

В ряде задач бывает необходимо перейти от числа λ к числу M и наоборот. Переходную зависимость получим, приравняв правые части выражений для отношения $T/\bar{T}$ из уравнений (I.75). После элементарных преобразований

$$\left.\begin{aligned} \bar{M}^2 &= \frac{2}{k+1}\,\frac{\bar{\lambda}^2}{1-\frac{k-1}{k+1}\,\bar{\lambda}^2}, \\ \bar{\lambda}^2 &= \frac{k+1}{2}\,\frac{\bar{M}^2}{1+\frac{k-1}{2}\,\bar{M}^2}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I.82)}$$

Переходные зависимости следует дополнить зависимостями (I.77), из которых определяются значения $\alpha\rho$, $\alpha\rho^*$, входящие в числа $\bar{M}$ и $\bar{\lambda}$. Для идеального газа $\bar{M}=M$, $\bar{\lambda}=\lambda$.

1.7. ЗАКОН ОБРАЩЕНИЯ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Движущийся по каналу газ находится под влиянием различных внешних воздействий, приводящих к изменению его параметров: скорости, давления, температуры. К внешним воздействиям относят отвод или подвод теплоты (dq_a), трение, вызывающее выделение теплоты, эквивалентной работе трения $dq_r = dl_r$, обмен механической энергией с внешней средой (dl_T). Для течений с переменным сечением к числу внешних воздействий относят и изменение площади поперечного сечения.

В газодинамике дается уравнение, из которого в общем виде можно установить как влияет то или иное воздействие или сумма воздействий на изменение скорости потока [I,I2]. Это уравнение выводится из системы уравнений газодинамики и в общем случае имеет вид

$$(M^2-1)\frac{dv}{v} = \frac{ds}{s} - \frac{1}{a^2}\,dl_T - \frac{1}{a^2}\,dl_r + \qquad \text{(I.83)}$$

$$+ \frac{1}{\rho c_p}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \left[dl_r + dq_a\right].$$

Уравнение (I.83) известно как запись закона обращений воздействий для стационарного движения газа. Для анализа и исследования закон обращения воздействий представим в обобщенной форме

$$(M^2-1)\frac{dv}{v}=\Sigma dx_i, \qquad (I.84)$$

где dx_i представляет собой произведение элементарного воздействия на соответствующий коэффициент.

Из уравнения (I.84) следует, что ускоренное движение газа имеет место для дозвукового потока при $dx<0$ и для сверхзвукового потока при $dx>0$, т.е. знак элементарного суммарного воздействия $dx=\Sigma dx_i$ противоположен знаку изменения скорости в дозвуковом течении, совпадая с ним в сверхзвуковом. В критическом сечении суммарное воздействие x проходит через минимум. На основании этого можно сделать следующие выводы.

I. Посредством одностороннего воздействия невозможен непрерывный переход скорости через критическое значение, т.е. переход дозвукового потока в сверхзвуковой и обратно. Этот важный вывод говорит о качественном различии дозвукового и сверхзвукового потоков: дозвуковой и сверхзвуковой потоки поразному реагируют на внешние воздействия.

2. Для обеспечения непрерывного перехода скорости движения через критическое значение необходимо задание такого распределения внешних воздействий по длине канала, при котором суммарное воздействие в критическом сечении меняет знак, т.е. $dx=0$. Если это условие не выполняется, переход через критическую скорость невозможен. Тогда, как это следует из уравнения (I.84), $d\ln v\to\infty$ и имеет место так называемое "предельное состояние" или "кризис течения", причем знак величины $d\ln v$ различен по обе стороны критического сечения.

Уравнения, аналогичные (I.83), получены и для других параметров газа [I2]. Однако для практических целей уравнения (I.83) достаточно, так как изменение других параметров можно оценить и с помощью уравнений газодинамики, например, зависимостей (I.76) - (I.80). Уравнение (I.83) в некоторых случаях имеет формальное значение и, хотя правильно указывает на характер изменения параметров газа, принципиально неприменимо.

Это относится, например, к так называемым разрывным течениям, для которых характерно скачкообразное изменение параметров газа. Скачкообразное изменение параметров происходит при торможении сверхзвукового потока.

Для применения уравнения (I.83) его целесообразно преобразовать, заменив частную производную $(\partial\rho/\partial T)_\rho$ согласно используемому уравнению состояния.

Для наших задач из уравнения (I.3) имеем

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_\rho = -R\frac{\rho^2}{p};$$

далее, используя зависимость (I.6I), получим

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_\rho = -\frac{kR\rho}{a^2(1-\alpha\rho)},$$

и уравнение (I.83) примет вид

$$(M^2-1)\frac{dv}{v} = \frac{ds}{s} - \frac{1}{a^2}\,dl_T - \frac{k-1}{a^2(1-\alpha\rho)}\,dq_a - \qquad (1.85)$$

$$-\frac{1}{a^2}\left(1+\frac{k-1}{1-\alpha\rho}\right)dl_r.$$

Из уравнения (I.85) видно, что коволюм усиливает влияние внешних воздействий. Полагая в уравнении (I.85) $\alpha = 0$, можно записать закон обращения воздействий для идеального газа. Закон обращения воздействий применяют обычно для качественных оценок влияния внешних воздействий на изменение параметров газа. При использовании его для решения задач следует помнить, что закон обращения воздействий математически заменяет одно из уравнений газодинамики - неразрывности, количества движения или энергии.

Глава 2
СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

2.1. ТЕПЛООБМЕН МЕЖДУ ГАЗОМ И ТВЕРДОЙ СТЕНКОЙ

В газовых устройствах, трактах автоматического оружия имеет место теплообмен между стенками канала (замкнутого объема) и находящейся в состоянии движения газообразной средой.

В теплотехнике рассматривают два вида теплообмена - непосредственным соприкосновением и излучением. Теплообмен непосредственным соприкосновением, идущий в определенном направлении - обычно от горячего газа к стенке и называемый поэтому теплоотдачей, - связан с явлением тепломассопереноса в относительно тонком слое газа, прилегающем к омываемой поверхности - пограничном слое.

Различают пограничные слои вязкий и тепловой. Вязкий пограничный слой (рис.2.1) развивается у поверхности стенки вследствие влияния сил вязкости (внутреннего трения), тормозящих последовательно слои газа. Наибольшее торможение испытывают частицы газа у стенки; постепенно торможение ослабевает, и на некотором расстоянии от стенки, равном толщине пограничного слоя δ , скорость газа принимает максимальное значение, равное скорости невозмущенного потока $v_\delta = v$. Дальше влияние сил вязкости не ощущается. По сечению потока у стенки возникает распределение скоростей $v_x(y)$.

Вследствие влияния вязкости и теплопроводности по сечению потока, прилегающего к поверхности, возникает также распределение температур $T(y)$, т.е. образуется тепловой пограничный слой. При температурах газа не выше 3000 К, когда отсутствуют

химические реакции и ионизация, толщины теплового и вязкого пограничных слоев, характер изменения параметров в них отличаются незначительно. Поэтому при решении задач, связанных с теплообменом в автоматическом оружии, можно ограничиться рассмотрением вязкого пограничного слоя, который в дальнейшем будем называть просто пограничным слоем.

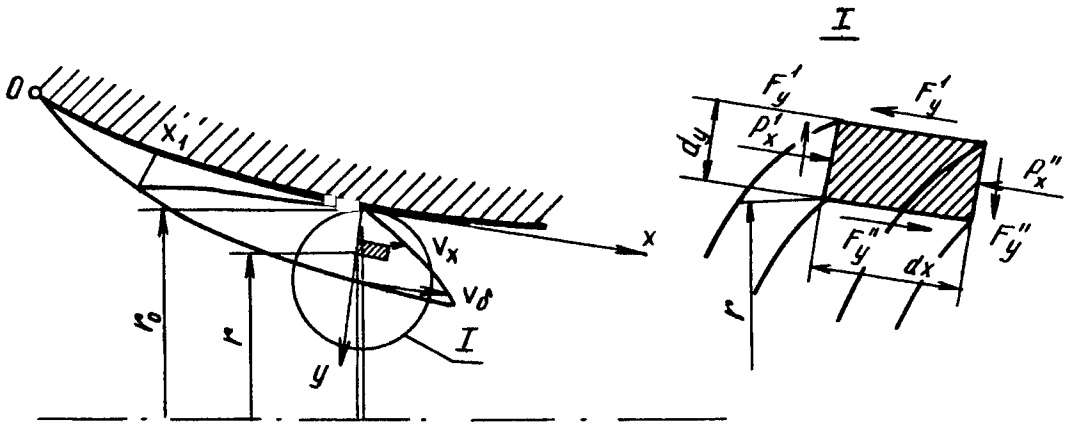


Рис.2.I.Схема пограничного слоя при внутреннем обтекании поверхности

Характер течения газа в пограничном слое, от которого зависят касательные напряжения трения и закон изменения скорости по сечению слоя, может быть качественно различным. При относительно небольших скоростях течения перемешивание слоев отсутствует. Такое течение (режим) в гидравлике называют ламинарным. При ламинарном режиме напряжения трения выражаются формулой (I.7), которая для пограничного слоя записывается

$$\tau = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

и в которой вязкость является физической характеристикой газа.

По мере увеличения скорости возникает и становится все более интенсивным перемешивание отдельных слоев, возникают случайные колебания скоростей частиц газа в произвольном направлении - пульсации скоростей. Трение отдельных слоев друг о друга резко возрастает, так как увеличивается количество молекул, вторгающихся из одного слоя в другой. Такое течение называется турбулентным. Для напряжения трения при турбулентном режиме формально применяют зависимость (I.7), которую записывают в виде

$$\tau = A_T \frac{\partial v_x}{\partial y} , \qquad (2.I)$$

где A_T - коэффициент турбулентного переноса, выступает как аналог вязкости, но в отличие от вязкости не является физической характеристикой газа. Можно представить

$$A_T = \eta + \eta_T ,$$

где η_T - турбулентная вязкость.
Переход от ламинарного режима к турбулентному происходит при достижении некоторого критического значения числа Рейнольдса

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta} ,$$

в котором за характерный размер L берут обычно либо длину образующей омываемой поверхности (Re_x , Re_L), либо диаметр трубы (Re_d).

Рейнольдс установил для течения жидкости в цилиндрической трубе Re^*_d = 2300. Исследованиями других авторов было установлено существование первого и второго критического значений числа Рейнольдса, между которыми расположена переходная область от ламинарного режима к турбулентному. Положение области перехода зависит от состояния и формы омываемой поверхности, степени турбулентности потока, числа M на границе пограничного слоя и может быть установлено только экспериментально. Например, для пластины, обтекаемой несжимаемой жидкостью с малой начальной турбулентностью, Re^*_1 = $3 \cdot 10^6$ и Re^*_2 = $4 \cdot 10^6$ [3]. Практически можно полагать, что ламинарный пограничный слой отделен от турбулентного областью перехода с бесконечно малыми размерами, т.е. точкой. Координата этой точки x^* вычисляется по числу Рейнольдса, которое определяется как среднее между значениями Re^*_1 и Re^*_2 .

В результате по длине образующей омываемой поверхности в пограничном слое вначале устанавливается ламинарный режим, а затем турбулентный. Так как скорости газа по сечению пограничного слоя по мере удаления от поверхности возрастают, то в турбулентном пограничном слое всегда имеется ламинарный подслой толщина которого убывает по мере развития слоя (см.рис.2.I).

Рассмотрим различные виды переноса энергии, носителями которой могут быть и газ, и твердое тело.

В неподвижной среде перенос энергии осуществляется путем взаимодействия между соседними частицами вещества. Если в каждой точке пространства вещество находится в состоянии термодинамического равновесия, характеризуемого температурой, то перенос энергии имеет место только вследствие температурного градиента (разности температур) в любом направлении и называется молекулярной теплопроводностью или просто теплопроводностью.

Тепловой поток, проходящий за счет теплопроводности через единицу поверхности в единицу времени, выражается уравнением (I.II), знак "минус" в котором означает, что тепловой поток идет в направлении отрицательных температурных градиентов. Теплопроводность свойственна как жидким, так и твердым телам.

При достаточно высоких температурах в газе могут происходить химические реакции, сопровождающиеся диссоциацией и ионизацией молекул и атомов. Образовавшиеся атомы и ионы участвуют в переносе энергии, диффундируя в области с меньшей атомарной и ионной концентрацией. В свою очередь, диффузия сопровождается рекомбинацией атомов и ионов. Эти процессы приводят к возникновению диффузионных тепловых потоков. Диффузионный тепловой поток аналогичен молекулярной теплопроводности, но связан с изменением количества молекул и атомов вещества и имеет место при весьма больших температурах, которые могут возникать при торможении потоков газов, движущихся с большими скоростями. Такие температуры не характерны для потоков газов в стволах и газовых трактах оружия. Поэтому в наших задачах диффузионные тепловые потоки мы учитывать не будем.

Перенос энергии вместе с движущимся газом называется конвективным переносом теплоты. Удельный конвективный перенос теплоты определяется величиной

$$q_k = c_w T \rho v$$

и даже при небольших скоростях движения газа превосходит тепловой поток от теплопроводности. В районе пограничного слоя тепловые потоки от теплопроводности и конвекции действуют совместно и являются соизмеримыми. По мере приближения к поверх-

ности канала конвективный тепловой поток уменьшается, а тепловой поток от теплопроводности возрастает и становится определяющим у поверхности. Таким образом теплообмен путем непосредственного соприкосновения газа со стенкой является результатом теплопроводности и конвекции.

В точной постановке задача определения теплоотдачи связана с расчетом течения вязкого теплопроводного газа вблизи поверхности совместно с решением уравнения теплопроводности стенки и является весьма сложной.Для практических целей Ньютоном была предложена простая эмпирическая зависимость для удельного теплового потока при теплоотдаче непосредственным соприкосновением

$$q_к = \alpha_к (T - T_{пов}), \qquad (2.2)$$

в которой $\alpha_к$ теплоотдача, $Вт/м^2К$, представляет собой удельный тепловой поток, передаваемый от газа к стенке или наоборот при разнице температур между ними в один градус. Поскольку по толщине пограничного слоя температура меняется, в уравнение (2.2) должна входить некоторая условная температура, по которой должны определяться все физические характеристики газа. Эта температура называется определяющей. Правильнее всего принимать в качестве определяющей температуру восстановления, т.е. температуру газа у нетеплопроводной стенки (рис.2.2), которая вычисляется по уравнению, аналогичному (I.58)

$$T_r = T + r_в \frac{v^2}{2c_p}, \qquad (2.3)$$

где $r_в$ - коэффициент восстановления.
Условимся в дальнейшем параметры ядра потока (средние значения параметров газа по сечению) обозначать без индексов. От температуры газа в заторможенном состоянии температура восстановления отличается тем, что она учитывает влияние теплопроводности. Так как связь между теплопроводностью и вязкостью характеризуется числом Прандтля $P_r = \eta \frac{c_p}{\lambda}$, то можно предположить,что значение коэффициента восстановления зависит от этого критерия. Теоретические и экспериментальные исследования показали [I3] , что для пластинки, обтекаемой потоком при ламинарном режиме

$$r_{вл} = \sqrt{Pr} \ ,$$

при турбулентном режиме

$$r_{вт} = \sqrt[3]{Pr} \ .$$

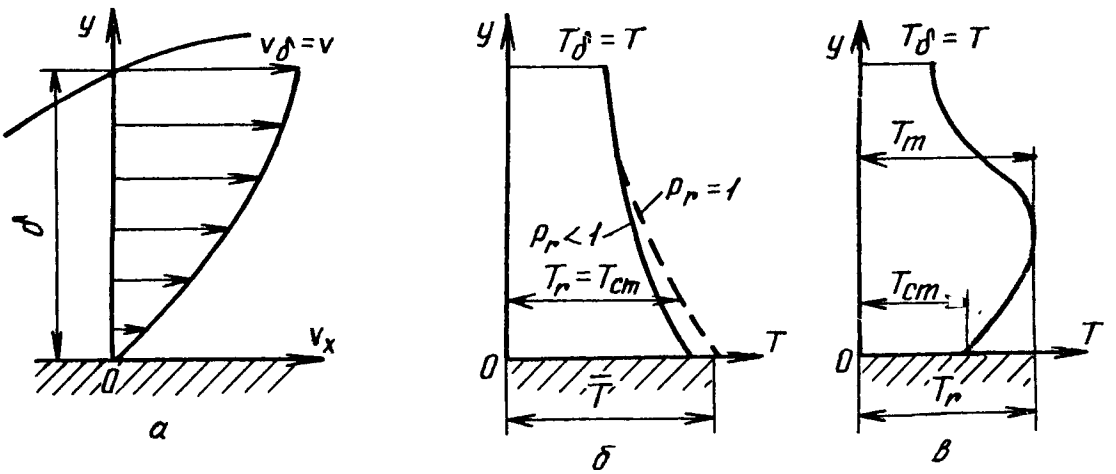


Рис.2.2.Профили скорости (а) и температур по сечению пограничного слоя при теплоизолированной (б) и охлаждаемой стенках (в)

Из молекулярно-кинетической теории

$$Pr \approx \frac{4k}{9k-5} \ .$$

Тогда для порохового газа при $k = 1{,}25$ имеем для ламинарного режима $r_{вл} = 0{,}9$, и для турбулентного режима $r_{вт} = 0{,}93$.

На практике часто полагают $Pr = 1$. Тогда $r_в = 1$ и температура восстановления равна температуре торможения, а вязкий пограничный слой совпадает с тепловым. При использовании уравнения (2.2) для определения потерь на теплоотдачу в каналах и трубах за определяющую температуру часто принимают среднюю температуру по сечению потока. Однако теплоотдача расчитывается по определяющей температуре, в выборе которой наблюдается различный подход.

Эмпирический характер уравнения (2.2) приводит к тому, что величина $\alpha_к$ зависит не только от физических характеристик газа, но и от характера течения газа в канале и пограничном

слое, поэтому применение этого уравнения для расчета теплоотдачи, несмотря на внешнюю его простоту, представляет значительные трудности. Для упрощения расчетов при определении теплоотдачи применяют различные полуэмпирические и эмпирические методы.

Перенос энергии может происходить и между телами, находящимися на расстоянии, путем излучения. В основе определения лучистого теплового потока лежит закон Стефана-Больцмана, который был сформулирован для излучения твердых тел и впоследствии распространен на газы. Количество энергии, излучаемой твердым телом, по закону Стефана-Больцмана равно

$$E = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4 ,$$

где ε - степень черноты реального тела; c_0 = 5,669-константа, зависящая от выбора системы единиц, $Вт/м^2 К$.

Лучистый тепловой поток, воспринимаемый стенкой, можно рассматривать как разность поглощаемой и излучаемой стенкой энергий. В работе [II] дается следующее выражение для лучистого теплового потока, воспринимаемого стенкой

$$q_л = \varepsilon_г \frac{\varepsilon_{ст}+1}{2} c_0 \left[\left(\frac{T}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{пов}}{100}\right)^4\right] , \qquad (2.4)$$

в котором степень черноты $\varepsilon_{ст}$ материала стенки рекомендуется брать 0,78 для ракетных двигателей [14] и 0,82 для котельных установок [15] . Наибольшие затруднения при использовании формулы (2.4) представляет определение степени черноты излучающих газов $\varepsilon_г$. Имеющиеся в работах [14,15] методики получены для дымовых газов.Переносить данные этих методик на пороховые газы - известнос приближение. Количественные данные по лучистым тепловым потокам, приводимые в литературе, довольно противоречивы. По вычислениям, проведенным Франк-Каменецким [II,14] для ракетных двигателей при температуре газа в 2100 К, доля лучистого теплового потока в общем тепловом потоке составляет 20-40%. По данным,приведенным в работе [16], доля лучистого теплового потока при температуре пороховых газов 1500 К составляет 0,2%. Можно считать, что учет лучистого теплового потока целесообра-

зен при средних температурах газов свыше 2000 К. Для этого необходимо иметь экспериментальные данные по величине $\varepsilon_г$. Следует иметь в виду, что теплоотдача, определенная эмпирическим путем, автоматически учитывает и лучистый тепловой поток. Формулу (2.4) при вычислениях обычно приводят к виду (2.2). Тогда суммарный тепловой поток

$$q = q_к + q_л = (\alpha_к + \alpha_л)(T - T_{пов}),$$

где в соответствии с формулой (2.4)

$$\alpha_л = \varepsilon_г \frac{\varepsilon_{ст}+1}{2} c_0 \left[\left(\frac{T}{100}\right)^2 - \left(\frac{T_{пов}}{100}\right)^2\right] \frac{T+T_{пов}}{10^4} .$$

Тепловой поток, воспринимаемый всей поверхностью S , равен

$$\frac{dQ}{dt} = \int_0^S \alpha_т (T - T_{пов})\, dS, \qquad (2.5)$$

где $\alpha_т = \alpha_к + \alpha_л$.

2.2. УРАВНЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ. СВЯЗЬ МЕЖДУ ТРЕНИЕМ И ТЕПЛООБМЕНОМ

Течение газа в пограничном слое описывается известными уравнениями Навье-Стокса [13,17] , решение которых является сложным и достаточно строгим только для ламинарного режима. В теории пограничного слоя полагают, что толщина пограничного слоя пренебрежимо мала по сравнению с характерным размером внешнего потока или диаметром трубы при внутреннем обтекании. Это допущение приводит к существенному упрощению уравнений Навье-Стокса, которые называются дифференциальными уравнениями пограничного слоя в форме Прандтля. Для плоского пограничного слоя течения несжимаемой жидкости они имеют вид

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} ;$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 ; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0,$$

где $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ – кинематическая вязкость.

Уравнение $\partial p/\partial y = 0$ справедливо при обтекании любой поверхности и является наиболее важным. Из него следует, что давления по поперечному сечению пограничного слоя одинаковы и равны давлению на внешней границе слоя, т.е. $p_y = p_\delta = p$, а распределения давлений на внешней границе слоя и на обтекаемой поверхности совпадают. Хотя при внутреннем обтекании допущение о малости толщины пограничного слоя выполняется не всегда, уравнение $\partial p/\partial y = 0$, являющееся следствием этого допущения, применяется во всех случаях и, как показала практика, дает удовлетворительные конечные результаты.

При течении газа в трубах и насадках мы будем иметь дело с осесимметричным пограничным слоем (внутренняя задача). Получим дифференциальные уравнения пограничного слоя при течении в трубе переменного сечения. Выделим в пограничном слое частицу торроидальной формы с внутренним радиусом r, шириной dx и толщиной dy (см.рис.2.I). Ось x направим по образующей поверхности, ось y - перпендикулярно к образующей, внуть трубы. Так как давления по сечению пограничного слоя одинаковы, то составляющая сила давления на левую грань тора в направлении оси x

$$P'_x = pds = 2\pi r p dy,$$

составляющая сила давления на правую грань тора

$$P''_x = P_x + \left(\frac{\partial p_x}{\partial x}\right) dx = 2\pi r p dy + \frac{\partial}{\partial x}(2\pi r p dy) dx =$$

$$= 2\pi r \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy$$

и избыточная сила в направлении оси x равна

$$P'_x - P''_x = -2\pi r \frac{\partial p}{\partial x} dx dy.$$

Силы трения F'_y, F''_y направим в соответствии с правилом взаимности касательных напряжений. На ось x будут проектироваться только силы трения, действующие на внутреннюю и внешнюю поверхности тора и равные

$$F'_y = \tau dS = 2\pi r \tau dx ,$$

$$F''_y = F'_y + \frac{\partial F_y}{\partial y} dy = 2\pi r \tau dx + \frac{\partial}{\partial y} (2\pi r \tau dx) dy .$$

Избыточная сила трения в направлении оси x определится как

$$F''_y - F'_y = 2\pi \frac{\partial}{\partial y} (r\tau) dx dy .$$

Запишем уравнение движения элемента в проекции на ось x ,если объем его равен $dW = 2\pi r dx dy$

$$2\pi r \rho \frac{dv_x}{dt} dx dy = - 2\pi r \frac{\partial p}{\partial x} dx dy + 2\pi \frac{\partial}{\partial y} (r\tau) dx dy .$$

Заменив ускорение dv_x/dt согласно формуле (I.2), получим уравнение движения в виде

$$\rho r \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = - r \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (r\tau) . \quad (2.6)$$

Так как $\partial p/\partial y = 0$, то для установившегося движения $\partial p/\partial x = dp/dx$ и уравнение движения запишется как

$$\rho r \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = - r \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} (r\tau) . \quad (2.7)$$

Для трубы постоянного сечения $v_y = 0$, $\partial v_x / \partial x = 0$ и уравнение (2.6) примет вид

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau) . \quad (2.8)$$

При выводе уравнения неразрывности будем исходить из уравнения (I.35). При этом изменение объема элемента в единицу времени определим как сумму изменений в направлениях осей x и y . Изменение объема dW в направлении оси x найдем как разность объемов втекающего и вытекающего в единицу времени газа

$$\left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) 2\pi r dy - v_x 2\pi r dy = \frac{\partial v_x}{\partial x} 2\pi r dx dy .$$

Аналогично изменение объема dW в единицу времени в направлении оси y равно

$$\left(v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y}\,dy\right) 2\pi (r+dr)\,dx - v_y\, 2\pi r\,dx = 2\pi r\,dx\,dy \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial y}(r v_y)$$

Относительное изменение объема в единицу времени будет равно

$$\frac{1}{dW}\frac{d}{dt}(dW) = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial y}(r v_y).$$

Подставим его в уравнение (I.35) и, имея ввиду, что

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y},$$

после преобразований получим уравнение неразрывности в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial y}(\rho r v_y) = 0. \qquad (2.9)$$

Для установившегося движения

$$\frac{\partial}{\partial x}(r\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho r v_y) = 0, \qquad (2.10)$$

а для несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial}{\partial x}(r v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(r v_y) = 0. \qquad (2.11)$$

Уравнения (2.6), (2.9) или их частные формы совместно с уравнением состояния описывают движение газа в пограничном слое.

Для решения системы уравнений пограничного слоя необходимо задаться начальными и граничными условиями.

Начальные условия: при $t = t_0$, $\delta = \delta_0$ (момент образования турбулентного пограничного слоя) или $\delta = 0$.

Граничные условия: на поверхности трубы $r = r_0$, $v_x = x_y = 0$, $\tau = -\tau_0$; на границе пограничного слоя $r = r_0 - \delta$, $v_x = v_\delta = v$, $\tau = 0$; при $x = 0$, $\delta = 0$; при $x = L$, $\delta = \delta_k$.

Решение производится численным методом. Учитывая приближенный характер решения, в уравнении пограничного слоя вводят различные упрощения. Самое распространенное из них - пренебрежение сжимаемостью. Ошибку при этом компенсируют либо соответствующим выбором определяющей температуры, при которой определяются физические характеристики газа, либо вносят поправки в конечные результаты расчета. Существенно упрощает решение задачи применение полуэмпирической теории турбулентности, в основе которой лежит степенной закон изменения скорости по сечению пограничного слоя

$$v_x = v \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}} . \qquad (2.12)$$

Для течения в пограничном слое в среднем показатель $m = 9$ и уточняется в процессе решения.

Расчет пограничного слоя позволяет определить распределение скоростей и напряжений трения по его сечению. Зная касательное напряжение трения у поверхности

$$\tau_0 = \eta \left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)_0 ,$$

можно, используя известное аэродинамическое выражение для лобового сопротивления, в частности, для удельного сопротивления трения

$$\tau_0 = \xi \frac{\rho v^2}{2} ,$$

где ξ - коэффициент сопротивления трения, и аналогию между трением и теплообменом, подсчитать значение теплоотдачи. Такой подход к определению теплоотдачи позволяет избежать решения более сложной сопряженной задачи-расчета течения вязкого теплопроводного газа вблизи поверхности совместно с уравнениями, описывающими распространение тепла в стенке.

Для турбулентных потоков несжимаемой жидкости Рейнольдс выдвинул положение об аналогии процессов трения и теплообмена [18]. Метод Рейнольдса, впоследствии несколько иначе сформулированный Прандтлем, позволяет установить только связь между сопротивлением и теплоотдачей, не указывая пути вычисления каж-

дой из этих величин. Ценность такого положения заключается не только в использовании приближенных, упрощенных методов расчета течения газа вблизи поверхности теплообмена (в пограничном слое), но и в использовании обширных экспериментальных данных по сопротивлению трения для расчета теплообмена. Идея метода заключается в том, что частицы жидкости, переносящие из ядра потока в пограничный слой количество движения, переносят также и теплоту. Если частица массой δm перешла в слой, прилегающий к стенке из слоя, обладающего скоростью v_x и температурой T_y (см.рис.2.2), то она передала стенке количество движения $\delta m v_x$ и количество теплоты $\delta m c_p \vartheta_y$, где $\vartheta_y = T_y - T_{пов}$. Одновременно стенке передается кинетическая энергия $\delta m v_x^2/2$, которая превращается в теплоту. Полное количество теплоты, полученное стенкой от одной частицы, пришедшей из ядра турбулентного потока, -

$$\delta q = \delta m \left(c_p \vartheta_y + \frac{v_x^2}{2} \right),$$

а от всех частиц -

$$q = \Sigma \delta m \left(c_p \vartheta_y + \frac{v_x^2}{2} \right). \qquad (2.13)$$

Если общая масса частиц, перешедших в единицу времени к единице поверхности равна m, то

$$\Sigma \delta m \vartheta_y = m\vartheta, \quad \Sigma m v_x = mv, \quad \Sigma m v_x^2 = mv^2$$

и формула (2.13) примет вид

$$q = c_p m \left(\vartheta + \frac{v^2}{2c_p} \right).$$

С другой стороны, количество движения, переданное в единицу времени единице поверхности стенки, равно напряжению трения, т.е.

$$mv = \tau_0.$$

Тогда

$$q = \frac{c_p \tau_0}{v} \left(\vartheta + \frac{v^2}{2c_p} \right). \qquad (2.14)$$

Приравняв выражения (2.14) и (2.2) и приняв $r_\beta = 1$, получим

$$\alpha_T = \frac{q}{\vartheta + \frac{v^2}{2c_p}} = \frac{c_p \tau_0}{v} . \qquad (2.15)$$

Выражение (2.15) относится к случаю $Pr=1$ и имеет место, когда гидродинамическое сопротивление сводится к силам трения в пограничном слое. Формула неприменима для случая индуктивного сопротивления вследствие отрыва пограничного слоя и образования вихревых следов. Подставляя в формулу (2.15) выражение для удельного сопротивления трения τ_0, получим частные зависимости, связывающие между собой теплоотдачу и трение.

Рассмотрим наиболее распространенный случай цилиндрической трубы постоянного радиуса r_0. Примем упрощающее предложение

$$\tau = \tau_0 \frac{r}{r_0} ,$$

при котором уравнение (2.8) примет вид

$$\frac{dp}{dx} = -2\frac{\tau_0}{r_0} \quad \text{или} \quad \frac{dp}{dx} = -\xi \frac{\rho v^2}{2d} .$$

Тогда

$$\xi = \frac{8\tau_0}{\rho v^2} .$$

Подставив это выражение в формулу (2.16) и введя критерий Нуссельта $Nu = \alpha L/\lambda$, в котором для рассматриваемого случая $L=d$, получим

$$Nu = \frac{\xi}{8}\frac{\rho v c_p}{\lambda} = \frac{\xi}{8} Re Pr . \qquad (2.16)$$

Аналогично для плоской щели (пластинки) можно получить выражение

$$Nu = \frac{\xi}{2} Re Pr . \qquad (2.17)$$

Из решений уравнений пограничного слоя получены более точные зависимости, связывающие теплоотдачу и сопротивление. Для пластинки, например, известна зависимость вида [13]

$$Nu = \frac{\xi}{2} Re f_2(Pr),$$

где $f_2 = Pr^{1/3}$ - для ламинарного пограничного слоя и $f_2 = [1 + 2,135\, Re_x^{-0,1}(Pr-1)]^{-1}$ - для турбулентного пограничного слоя. При вычислении средней по длине пластинки L теплоотдачи

$$f_2 = [1 + 2,2 Re_L (Pr-1)]^{-1}.$$

В первом приближении функцию f_2 можно применять и для теплоотдачи в трубах.

Для двуслойной модели пограничного слоя, предполагающей наличие у плоской стенки ламинарного подслоя (см.рис.2.I), Прандтль [I7]получил формулу, применяемую обычно в виде

$$Nu_x = \frac{\xi}{2} \frac{Re_x Pr}{1 + 5\sqrt{\frac{\xi}{2}}(Pr-1)}.$$

Вязкость и теплопроводность во всех приведенных формулах являются характеристиками газа и должны вычисляться по температуре газа у стенки, т.е. по температуре восстановления.

2.3. ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ

В литературе приводится ряд зависимостей для коэффициента сопротивления при обтекании тел, полученных экспериментальным и теоретическим путем. В некоторых случаях возможно конечное аналитическое решение задачи по определению коэффициента сопротивления (обтекание пластинки несжимаемой жидкостью, течение жидкости в трубах). Для пластинки в ламинарном потоке несжимаемой жидкости теоретически получены [I3] выражения для местного коэффициента сопротивления

$$\xi_{x\,нсж} = 0,646\sqrt{\frac{1}{Re_x}}$$

и толщины пограничного слоя

$$\sigma_{нсж} = 4,64\sqrt{\frac{x}{Re_x}}.$$

Среднее значение коэффициента сопротивления определяется по формуле

$$\xi_{нсж} = \frac{1,292}{\sqrt{Re_L}} .$$

Учет сжимаемости можно производить с помощью следующих приближенных соотношений

$$\frac{\xi}{\xi_{нсж}} = \left(1 + r\frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{m-1}{2}},$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_{нсж}} = \left(1 + r\frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{m+1}{2}},$$

где m - показатель степени в зависимости (I.IO) для вязкости.

Чтобы рассчитать турбулентное обтекание пластинки или любого тела вращения, необходимо уметь определять турбулентную вязкость, входящую в выражение (2.I) для напряжения трения. Остановимся на наиболее распространенных гипотезах, принимаемых при определении турбулентной вязкости. Для турбулентных течений в гладких трубах до чисел $Re \approx 10^5$ применяется формула [I3,I8]

$$\eta_T = 0,1493\,\eta \left(\frac{\rho v_x y}{\eta}\right)^{3/4}, \qquad (2.I8)$$

в которой 0,I493 - универсальная постоянная. Другая формула, выдвинутая Прандтлем-Карманом [I8], успешно применялась для течений с числами Re до $I,8\cdot10^6$. Она имеет вид

$$\eta_T = \rho l^2 \frac{\partial v_x}{\partial y}, \qquad (2.I9)$$

где $l = Ky$ - длина "пути перемешивания" и K - коэффициент пропорциональности, определяемый, как коэффициент согласования в конкретных задачах. Формула (2.I9) была применена для расчета обтекания пластинки турбулентным потоком. Если допустить, что напряжение трения по сечению пограничного слоя газа постоянно, т.е. закон распределения скорости логарифмический, то местный коэффициент сопротивления при турбулентном обтекании пластинки определится из решения следующих уравнений [I3] :

для несжимаемой жидкости -

$$\frac{0,242}{\sqrt{\xi_{x\,нсж}}} = lg\left(Re_x\,\xi_{x\,нсж}\right) + 0,33;$$

с учетом сжимаемости –

$$\frac{0,242}{\sqrt{1+\frac{k-1}{2}M^2}\sqrt{\xi_x}} = lg(Re_x\,\xi_x) - m\,lg\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right) + 0,33.$$

Толщина пограничного слоя подсчитывается путем интегрирования выражения

$$\delta = \left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \int_0^{\Re} \left[1-\left(\frac{v_x}{v}\right)^2\right] d\Re\,,$$

в котором $\Re$ – новая переменная, введенная академиком А.А.Дородницыным и определяемая зависимостью

$$d\Re = \frac{\rho}{\bar{\rho}}\,dy,$$

и профиль скорости определяется уравнением

$$v_x - v = \frac{\sqrt{\theta_0}}{K}\,ln\,\frac{\Re}{\Re_\delta}\,,$$

где

$$\theta_0 = \frac{\tau_0}{\bar{\rho}}\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}\,,$$

а коэффициент $K = 0,3914$ (для пластинки).

Среднее значение коэффициента сопротивления определится интегрированием зависимости $\xi_x = f(Re_x)$ или самих уравнений для коэффициента.

Рассмотрим основные зависимости для определения коэффициентов сопротивления при течении жидкостей и газов в трубах.

При ламинарном течении в трубах легко рассчитать падение давления и для коэффициента сопротивления получить известную формулу Пуазейля

$$\xi = \frac{64}{Re_d}\,.$$

Для турбулентного течения жидкости в трубах Блазиус экспериментально получил зависимость

$$\xi_{x\,нсж} = \frac{0,3164}{Re_d^{0,25}}\,. \qquad (2.20)$$

Формулу Блазиуса можно вывести теоретически, если принять для закона скорости степенную формулу (2.I2) при $m=7$ и для турбулентной вязкости формулу (2.I8); её можно применять при $2300 < Re_d \leq 10^5$. Для больших чисел Re можно рекомендовать формулу Прандтля-Шлихтинга [I7,I8]

$$\xi = \frac{0,455}{lg\, Re^{2,58}} .$$

Применив степенную формулу для скорости в пограничном слое и зависимость (2.I9) для турбулентной вязкости, теоретически можно получить для больших чисел Re выражение

$$\frac{1}{\sqrt{\xi}} = A + B\, ln(Re_d \sqrt{\xi}),$$

известное как формула Кармана.

Для $Re > 10^5$ из опыта получено $A = -0,8$; $B = 0,2$. Формула Кармана эквивалентна широко распространенной экспериментальной формуле Никурадзе, имеющей более простой вид

$$\xi_x = 0,0032 + 0,221\, Re_d^{-0,237} . \qquad (2.2I)$$

Во всех формулах влиянием длины ламинарного участка пренебрегается. Учет сжимаемости во всех приведенных формулах рекомендуется производить путем введения некоторой средней для пограничного слоя определяющей температуры. Теоретические и экспериментальные исследования показали, что при правильно подобранной определяющей температуре $T_{опр}$ получаются удовлетворительные результаты по характеристикам пограничного слоя. Для ламинарного пограничного слоя Э.Эккерт получил следующую формулу для определяющей энтальпии, распространенную в дальнейшем и на турбулентный пограничный слой

$$i_{опр} = 0,5\,(i_0 + i) + 0,22\,(i_r - i), \qquad (2.22)$$

в которой энтальпия восстановления

$$i_r = i + r_\beta \frac{v^2}{2} \qquad \text{и}$$

коэффициенты восстановления при ламинарном и турбулентном режимах $r_{\beta л} = \sqrt{Pr}$, $r_{\beta т} = \sqrt[3]{Pr}$, числа Pr, k подсчитываются по опре-

деляющей температуре. При средних теплоемкостях формула (2.22) приводится к виду

$$T_{опр} = 0,5(T_0 + T) + 0,22(T_r - T),$$

где температура восстановления T_r определяется выражением (2.3).

При $dp/dy = 0$ из уравнения Клапейрона, применяемого обычно для пограничного слоя, будем иметь

$$\frac{T_{опр}}{T} = \frac{\rho}{\rho_{опр}}.$$

Введение определяющей температуры позволяет применять для газа все формулы, полученные для несжимаемой жидкости, подсчитывая по ней все физические характеристики.

Другой способ учета сжимаемости - введение поправок, получаемых аналитически. Такие решения применительно к формулам (2.20), (2,2I) производятся, например, в работе [I8].

2.4. ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛООТДАЧИ

При решении задач, не требующих высокой точности в определении тепловых потоков (например, учет тепловых потерь при течении газа в трубах и насадках), можно использовать простейшие способы определения теплоотдачи - с помощью критериальных зависимостей, полученных опытным путем, вид которых определяется на основе применения теории подобия к гидродинамическим теплообменным процессам [I8,I9,20]. Условия гидродинамического подобия приводят к равенству следующих независимых критериев подобия:

$Sh = \frac{vt}{L}$ - число Струхаля;

$Eu = \frac{\rho}{\rho v^2}$ - число Эйлера;

$Re = \frac{\rho v L}{\eta}$ - число (критерий) Рейнольдса;

$Pe = \frac{c_p \rho v L}{\lambda}$ - число Пекле.

Вместо записанных четырех критериев подобия возможно несколько комбинаций из других критериев. Например, если представить число Пекле в виде $Pe = Re \cdot Pr$, а число Эйлера с помощью зависимости для скорости звука (I.62) как

$$Eu = \frac{1}{kM^2} ,$$

будем иметь пять критериев гидродинамического подобия - числа Re, Pr, Sh, M и показатель изэнтропы k . Условия теплового подобия предполагают равенство следующих критериев:

$Nu = \frac{\alpha_T L}{\lambda}$ - число (критерий) Нуссельта;

$Fo = \frac{a_T t}{L^2}$ - критерий Фурье;

$Gr = \frac{gL^3 \beta \Delta T}{\nu^2}$ - критерий Грасгофа,

а также известных чисел Re и Pr.

Здесь

$a_T = \frac{\lambda_T}{c_p \rho}$ - температуропроводность; $\beta = \frac{1}{T}$ - коэффициент объемного расширения.

Каждый из критериев подобия имеет определенный физический смысл. Так числа Струхаля и Фурье характеризуют нестационарность процессов теплопередачи, число Пекле характеризует отношение интенсивности переноса теплоты конвекцией к интенсивности переноса теплопроводностью, число Грасгофа характеризует неоднородность поля плотности, вызванную температурным расширением газа в поле тяжести. Из всех критериев числа Эйлера и Нуссельта являются величинами искомыми. Потому при стационарном движении газа зависимость для определения теплоотдачи в любой точке пространства представляется в виде функциональной связи

$$Nu = f\left(Re, Pr, Gr, \frac{x}{L}, \frac{y}{L}, \frac{z}{L}\right) .$$

и как средняя величина

$$Nu = f(Re, Pr, Gr).$$

Но даже при этом упрощенном моделировании получение обобщенной критериальной зависимости для теплоотдачи представляет большие сложности. Поэтому с целью уменьшения числа независимых критериев подобия в теплотехнике получают критериальные зависимости для частных случаев движения.

По природе возникновения различают два вида движения - свободное и вынужденное. Свободным называют движение, возникающее вследствии разности плотностей нагретых и холодных частиц газа в поле силы тяжести. Интенсивность свободного движения зависит от разности температур и природы газа. Поэтому критериальную зависимость для свободного движения записывают в виде

$$Nu = c_1 (Pr \cdot Gr)^n . \qquad (2.23)$$

Вынужденное движение возникает под действием внешних силовых факторов. Если вынужденное движение имеет направленный характер, то критериальная зависимость для него записывается

$$Nu = c_2 Re^n Pr^m .$$

В чистом виде в процессах, имеющих место в автоматическом оружии, свободное движение встречается редко. Единственным примером его является охлаждение поверхностей ствола, газопровода. В общем случае свободное и вынужденное движения развиваются совместно. Относительное влияние свободного движения будет тем больше, чем меньше скорость движения газа, составляющими которой являются скорости поступательного и относительного движения.

Приведем некоторые критериальные зависимости, имеющиеся в литературе для различных случаев стационарного движения жидкости или газа. Наиболее распространенной из них является формула Краусольда, полученная для развитого турбулентного течения в технически гладких трубах, по-видимому, путем аппроксимации значений теплоотдачи, подсчитанных через коэффициенты сопротивления

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4} . \qquad (2.24)$$

В качестве определяющего размера в формуле принимается диаметр трубы, в качестве определяющей температуры -

$$T_{опр} = \frac{T_{пов} + T}{2} .$$

Формула справедлива при $Re > 5 \cdot 10^3$ и $Pr > 0,6$ [15].

Для расчета местных теплоотдач при турбулентном течении газа в прямой гладкой трубе Сукомелом А.С. и др. [19] предложена формула

$$Nu = 0,022 Re^{0,8} Pr^{0,43} \varepsilon_l ,$$

где

$$\varepsilon_l = 1,38 \left(\frac{x}{d}\right)^{-0,12}$$

представляет собой поправку на изменение теплоотдачи за счет влияния начального участка трубы. При $x/d \geq 15$ $\varepsilon_l = 1$. За определяющий размер в формуле принят диаметр трубы, за определяющую температуру - средняя по сечению температура газа, т.е. температура ядра потока.

Советскими учеными Гухманом А.А. и Илюхиным Н.В. предложена формула для околозвукового течения газа [11]

$$Nu = 0,0162 Re^{0,82} Pr^{0,82} \left(\frac{\bar{T}}{T_{пов}}\right)^{0,066} ,$$

в которой физические константы относятся к средней по сечению температуре газа, а отношение $(\bar{T}/T_{пов})^{0,066}$ учитывает сжимаемость газа. Следует отметить также формулу Петухова Б.С. и Кириллова В.В. [11], которая обобщает результаты экспериментального определения местного коэффициента теплоотдачи при течении газа в гладких трубах для широкого диапазона скоростей ($M = 0,5 - 4,0$) и относительных длин трубы ($x/d = 1 - 27$)

$$Nu = 0,044 \varepsilon_l Re^{0,75} Pr^{0,43} [\tau(M)]^{0,33} ,$$

где

$$\tau(M) = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-1} .$$

За определяющую температуру в формуле принята средняя по сечению температура газа, а поправка на влияние входной части равна

$$\varepsilon_l = 1,3 \left(\frac{x}{d}\right)^{-0,12} \quad \text{при} \quad \frac{x}{d} < 10 ;$$

$$\varepsilon_l = 1 \quad \text{при} \quad \frac{x}{d} \geq 10 .$$

Все приведенные формулы могут быть применены при расчете теплоотдачи в каналах любого поперечного сечения. В этом случае в качестве характерного размера берется эквивалентный диаметр

$$d_э = \sqrt{\frac{4s}{\rho_{см}}},$$

где $\rho_{см}$ - смоченный периметр.

Теплоотдача при обтекании турбулентным потоком плоской пластины рассчитывается по формуле Эккерта [II]

$$Nu_x = 0,036 Re_x^{0,8} Pr^{0,33}.$$

Анализируя критериальные зависимости для вынужденного движения, видим, что значение теплоотдачи для газа зависит главным образом от числа Re, так как число Pr для газов является маломеняющейся величиной. Из приведенных критериальных зависимостей для расчета теплоотдачи в газовых трактах автоматического оружия наибольшее применение нашла формула (2.24). Имея ввиду, что критерий Прандтля для газов - величина маломеняющаяся и для задач газодинамики оружия может быть принята средним значением, преобразуем формулу (2.24) к виду

$$\alpha_т = \frac{B}{d^{0,2}} (\rho v)^{0,8}, \qquad (2.25)$$

где

$$B = 0,023 Pr^{0,4} \frac{\lambda_т}{\eta^{0,8}}. \qquad (2.26)$$

При $k = 1,25$ $B = 0,02103 \frac{\lambda_т}{\eta^{0,8}}$.

Так как значения теплопроводности и вязкости газов с увеличением температуры возрастают примерно в одинаковой степени, параметр B будет медленно возрастать. Средние значения параметра B для продуктов сгорания порохов, применяемых в автоматическом оружии, приближенно аппроксимируются зависимостью

$$B = 5,55 \left(\frac{T}{1000}\right)^{0,26}. \qquad (2.27)$$

Несмотря на значительное количество критериальных зависимостей для определения теплоотдачи при течении в трубах, говорить об их точности при расчете теплоотдачи пороховых газов затруднительно. Это объясняется прежде всего отличием условий

экспериментов, при которых получены зависимости, от реальных условий течений газов в стволах и газовых трактах оружия, которые имеют неодномерный и нестационарный характер. Имеет значение, по-видимому, и природа газа, которую невозможно учесть одной определяющей температурой. Тем не менее критериальные эмпирические формулы в силу их простоты и традиционного подхода пока широко применяются при расчете теплоотдачи газовых потоков. Предпринимаются попытки ввести в критериальные зависимости поправки, учитывающие конкретные условия теплоотдачи.

Учитывая то обстоятельство, что в распоряжении инженера, исследователя в настоящее время имеются теоретические способы определения теплоотдачи, критериальные зависимости следует рекомендовать только для учета потерь на теплоотдачу при движении газов в трубах и насадках. При исследовании живучести и нагрева стволов целесообразно использовать теоретические методы определения теплоотдачи, а критериальные зависимости могут выступать в виде первого приближения.

Критериальные зависимости для свободной конвекции (свободного движения) записываются на основе формулы (2.23). В работе [20] для свободной конвекции в горизонтальных трубах при $10^3 < Gr Pr < 10^8$ рекомендуются следующие значения коэффициентов: $c_1 = 0{,}5$; $n = 0{,}25$. В практике тепловых расчетов встречаются случаи вынужденного движения без выраженного направленного перемещения газа (движение газа в каморах стволов, в камерах боковых газовых устройств и т.д.). В этих случаях применение формул для свободной конвекции дает на порядок заниженные результаты, что привело к появлению чисто эмпирических формул вида

$$\left.\begin{aligned} \alpha_к &= \alpha_0 \rho \ ; \\ \alpha_к &= \beta_0 \rho \ , \end{aligned}\right\} \qquad (2.28)$$

имеющих весьма узкое значение [II,16] . Иногда вычисления по формулам (2.28) дают хорошие результаты (теплоотдача в каморах при отсутствии притока газов). В процессе наполнения камер газовых устройств значения опытных коэффициентов $\alpha_0 \beta_0$ меняются

в широких пределах и их осреднение огрубляет определение тепловых потерь. В этих случаях, повидимому, перспективны попытки расчета теплоотдачи на основе теории вихревого теплообмена [21].

2.5. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Расчеты тепловых потоков к стенкам труб и насадков, для определения полей температур в них при нагреве, выполняют с помощью уравнения теплопроводности, записанного в координатной форме. Для решения задач нагрева (охлаждения) тел в автоматическом оружии лучше подходит уравнение теплопроводности, записанное в цилиндрических координатах.

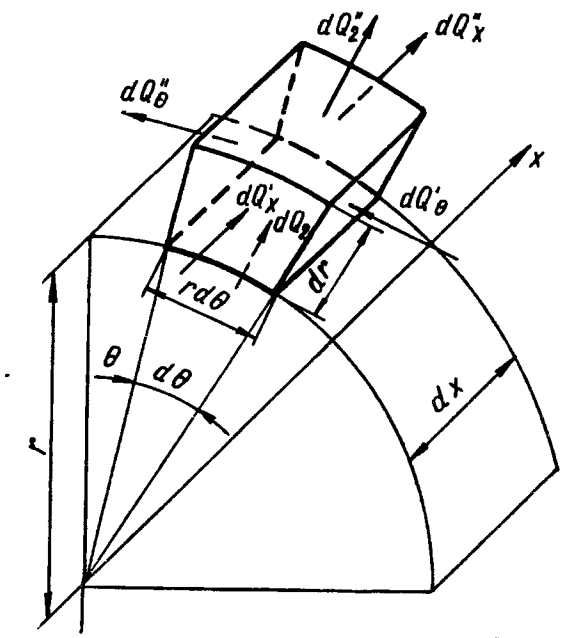


Рис.2.3.К выводу уравнения теплопроводности

Выделим в нагреваемом теле элемент (рис.2.3) с размерами $dx, dr, rd\theta, (r+dr)d\theta$. Обозначим тепловой поток, входящий в элемент в осевом направлении dQ'_x , выходящий из элемента - dQ''_x . Аналогично в радиальном направлении имеем тепловые потоки dQ'_r , dQ''_r и в тангенциальном направлении - dQ'_θ , dQ''_θ

Примем допущение, что внутренние источники теплоты в нагреваемом теле отсутствуют. Тогда уравнение теплопроводности будет представлять собой математическую запись баланса прихода-ухода теплоты за счет теплопроводности и теплоты, воспринимаемой телом за счет теплоемкости.

Суммарный приход теплоты за счет теплопроводности равен сумме тепловых потоков в трех направлениях. Приход теплоты в любом направлении определим как удельный тепловой поток по уравнению (I.II), помноженный на площадь элемента, нормальную к соответствующей оси, и на время dt . Тогда в направлении оси x имеем

$$dQ'_x = -\lambda_T \frac{\partial T}{\partial x} r\, d\theta\, dr\, dt,$$

$$dQ''_x = -\left[\lambda_T \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial x}\right) dx\right] r\, d\theta\, dr\, dt.$$

Количество теплоты, воспринятое за счет теплопроводности в осевом направлении за время dt , равно

$$dQ_x = dQ'_x - dQ''_x = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial x}\right) dx\, dr\, r\, d\theta\, dt.$$

В радиальном направлении имеем

$$dQ'_r = -\lambda_T \frac{\partial T}{\partial r} dx\, r\, d\theta\, dt,$$

$$dQ''_r = -\left[\lambda_T \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_T \frac{dT}{dr}\right) dr\right] dx (r+dr)\, d\theta\, dt.$$

Пренебрегая малыми высшего порядка, получаем после элементарных преобразований

$$dQ_r = dQ'_r - dQ''_r = \left[\lambda_T - \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_T + \frac{\partial T}{\partial r}\right)\right] dx\, dr\, r\, d\theta\, dt$$

Аналогично в тангенциальном направлении

$$dQ'_\theta = -\frac{\lambda_T}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} dx\, dr\, dt;$$

$$dQ''_\theta = -\left[\frac{\lambda_T}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\lambda_T}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) r d\theta\right] dx\, dr\, dt;$$

$$dQ_\theta = \frac{1}{r^2}\frac{d}{d\theta}\left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial \theta}\right) dx\, dr\, r\, d\theta\, dt.$$

Суммарное количество теплоты, пришедшее в элемент за счет теплопроводности за время dt, равно

$$dQ = dQ_x + dQ_r + dQ_\theta = \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\lambda_T}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial \theta}\right)\right] dx\, dr\, r\, d\theta\, dt.$$

При отсутствии внутренних источников теплоты это количество расходуется на изменение внутренней энергии элемента

$$dU = c_w \rho\, dx\, dr\, r\, d\theta \frac{dT}{dt} dt.$$

Приравняв правые части выражений, получим уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_T\left[\frac{1}{\lambda_T}\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{\lambda_T}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \right. \qquad (2.29)$$

$$\left. + \frac{1}{\lambda_T r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial \theta}\right)\right],$$

где $a_T = \frac{\lambda_T}{c_w \rho}$ - температуропроводность.

Уравнение (2.29) справедливо как для газа, так и для твердого тела. Для твердых тел $c_w = c$. В большинстве случаев физические характеристики среды можно принять постоянными или квазипостоянными. Тогда уравнение теплопроводности записывается в единой для любой системы координат форме

$$dT/dt = a_T \nabla^2 T, \qquad (2.30)$$

где $\nabla^2 T$ - оператор Лапласа в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2},$$

в декартовой системе координат

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} .$$

Рассмотрим частные случаи уравнения теплопроводности применительно к распространению теплоты в твердом теле (стенке). Для осесимметричного теплового потока (нагрев трубы), пренебрегая распространением теплоты в осевом направлении и считая $\lambda_c = const$, получим

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = a_c \left(\frac{\partial^2 T_c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_c}{\partial r} \right). \qquad (2.31)$$

В случае нагрева пластинки или тонкой оболочки при пренебрежении распространением теплоты вдоль поверхности удобнее исходить из уравнения теплопроводности в декартовых координатах. Оно примет вид

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = a_c \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} . \qquad (2.32)$$

Решение уравнения теплопроводности возможно, если сформулированы начальные и граничные условия. Начальные условия состоят в задании распределения температур в теле для начального момента времени: при $t = t_0 - T_c = f(x, y, z)$. В частном случае при $t = t_0 - T_c = T_{c0} = const$.

Граничные условия могут быть заданы одним из следующих способов, каждый из которых соответствует конкретным условиям задачи.

I. Граничные условия первого рода состоят в задании распределения температуры на поверхности тела в любой момент времени, иногда - только на поверхности, омываемой газом.

$$T_{пов} = f(x, y, z, t).$$

В простейшем случае $T_{пов} = T_{пов\,0} = const$. Граничные условия первого рода имеют место, если на основании опытных данных известна температура поверхности, или если необходимо выдержать заданное значение ее.

2. Граничные условия второго рода заключаются в задании плотности теплового потока на поверхности тела в любой момент

времени. Аналитически это условие записывается

$$q_{пов} = f(x, y, z, t) = -\left(\lambda \frac{dT}{dn}\right)_{пов} .$$

В частном случае

$$q_{пов} = q_0 = const.$$

3. При граничных условиях третьего рода задаются температура окружающей среды (газа) и закон теплообмена между поверхностью и средой. Количество теплоты, отдаваемое средой единице поверхности в единицу времени, на основании уравнения (2.2) равно $q = \alpha_T (T - T_{пов})$. Количество теплоты, отводимое от единицы поверхности в единицу времени за счет теплопроводности, определяется уравнением (I.II)

$$q = -\left(\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial n}\right)_{пов} .$$

Приравняв эти количества в соответствии с законом сохранения энергии, получим

$$\alpha_T (T - T_{пов}) = -\left(\lambda_c \frac{dT_c}{dn}\right)_{пов} . \qquad (2.33)$$

Величина α_T учитывает все виды тепловых потоков.

4. Граничные условия четвертого рода сводятся к одновременному заданию равенства температур и удельных тепловых потоков на границе раздела двух сред

$$T_{1пов} = T_{2пов} ,$$

$$-\lambda_{c_1}\left(\frac{dT_1}{dn}\right)_{пов} = -\lambda_{c_2}\left(\frac{dT_2}{dn}\right)_{пов} .$$

Эти условия допускают различные модификации. Например, вместо равенства температур может быть задан скачок температуры на границе раздела.

В задачах нагрева-охлаждения тел в ствольном оружии наиболее употребительными являются граничные условия третьего рода.

Уравнение теплопроводности, особенно при переменной теплоотдаче, как правило, решается численными методами. В качестве примера рассмотрим наиболее распространенную в ствольном оружии задачу – нагрев цилиндрической трубы вследствие тепло-

отдачи от порохового газа при граничных условиях третьего рода. Математически эта задача описывается уравнением (2.3I), а граничные условия (2.33) запишутся для внутренней поверхности

$$\lambda_c \left(\frac{\partial T_c}{\partial r}\right)_{вн} + \alpha_{твн} (T - T_{пов\,вн}) = 0, \qquad (2.34)$$

для наружной поверхности

$$\lambda_c \left(\frac{\partial T_c}{\partial r}\right)_{н} + \alpha_{тн} (T - T_{пов\,н}) = 0, \qquad (2.35)$$

где $T_в$ - температура окружающей среды (воздуха); $\alpha_{твн}$, $\alpha_{тн}$ - значения теплоотдачи при нагреве от горячего газа и охлаждении.

Представим уравнение (2.3I) в разностной форме, обозначив номера точек по координате через i, по времени - через j. Левую часть уравнения представим в виде

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = \frac{\Delta T_i^j}{\Delta t} = \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t}.$$

Производные по координате выразим с помощью формул численного дифференцирования [22]

$$\left.\frac{\partial T_c}{\partial r}\right|_i^j = \frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{2\Delta r}, \quad \left.\frac{\partial^2 T_c}{\partial r^2}\right|_i^j = \frac{T_{i+1}^j - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta r^2}.$$

Опустив в дальнейшем индекс „c", получим после подстановки производных и преобразований уравнение (2.3I) в разностной форме

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \frac{a_T \Delta t}{\Delta r^2}\left[\left(1 + \frac{\Delta r}{2r}\right) T_{i+1}^j - 2T_i^j + \left(1 - \frac{\Delta r}{2r}\right) T_{i-1}^j\right]. \qquad (2.36)$$

Схема расчета представлена на рис.2.4. Значение температуры внутренней поверхности стенки T_0^{j+1} определяется из уравнения (2.34), в котором примем

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_0 = \frac{\Delta T_0^{j+1}}{\Delta r} = \frac{T_1^{j+1} - T_0^{j+1}}{\Delta r}$$

и оно запишется в разностной форме

$$\lambda_c = \frac{T_1^{j+1} - T_0^{j+1}}{\Delta r} = \alpha_{TBH} (T_0^{j+1} - T_1^{j+1})$$

откуда

$$T_0^{j+1} = \frac{T_1^{j+1} + \frac{\alpha_{TBH}}{\lambda_c} \Delta r T_1^{j+1}}{1 + \frac{\alpha_{TBH}}{\lambda_c} \Delta r} .$$

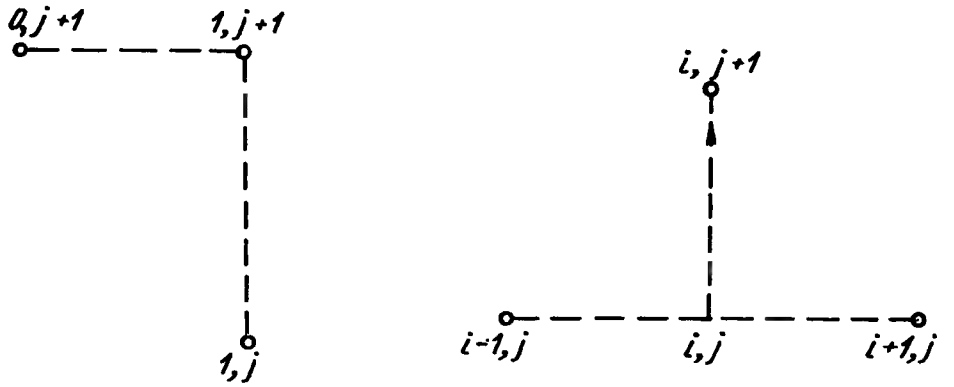


Рис.2.4.Схема решения уравнения теплопроводности для цилиндрической трубы

Значение T_0^{j+1} подсчитывается после определения T_1^{j+1} из разностного уравнения (2.36). Последнее значение T^{j+1} определится из граничного условия (2.35), записанного в разностной форме.

Для учета потерь на теплоотдачу при течении газа в трубах и насадках достаточно знать температуру на внутренней поверхности стенки приближенно. В подобных случаях применяются приближенные аналитические решения уравнения теплопроводности, которые возможны только при постоянных, осредненных теплофизических характеристиках материала стенки и газа и температуре газа. Приводимые в литературе решения относятся главным образом к одномерным тепловым потокам. Например, для расчета нагрева неограниченной пластинки толщиной 2δ (начало координат находится в середине пластинки) при граничных условиях третьего

рода решение уравнения теплопроводности (2.32) для малых времен теплового воздействия, имеющих место в оружии, может быть представлено в виде [23]

$$\bar{\theta} = erfc\frac{1-\frac{x}{\delta}}{2\sqrt{F_0}} - exp\left[Bi\left(1-\frac{x}{\delta}\right)+\Gamma_i^2\right]erfc\left(\frac{1-\frac{x}{\delta}}{2\sqrt{F_0}}+\Gamma_i\right)+ \quad (2.37)$$

$$+erfc\frac{1+\frac{x}{\delta}}{2\sqrt{F_0}} - exp\left[Bi\left(1+\frac{x}{\delta}\right)+\Gamma_i^2\right]erfc\left(\frac{1+\frac{x}{\delta}}{2\sqrt{F_0}}+\Gamma_i\right),$$

здесь

$$\bar{\theta} = \frac{T_c(x,t)-T_{c0}}{T-T_{c0}};$$

$erfc\,y = 1-erf\,y$, где $erf\,y=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^y e^{-y^2}dy$ – функция ошибок Гаусса;

$\Gamma_i = Bi\sqrt{F_0}$ – критерий Тихонова.

При определении температуры внутренней поверхности в выражении (2.37) достаточно ограничиться двумя первыми членами, полагая в них $x=\delta$. Тогда

$$\bar{\theta}_{пов} = 1-e^{\Gamma_i^2}erfc\,\Gamma_i. \quad (2.38)$$

Вычисления показывают, что при расчете теплоотдачи в газопроводах и стволах оружия $e^{\Gamma_i^2}=1$, $erf\,\Gamma_i \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}}\Gamma_i$ уравнение (2.38) примет вид

$$\bar{\theta}_{пов} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\Gamma_i. \quad (2.39)$$

Все приведенные аналитические решения предполагают осреднение температуры газов и теплоотдачи по длине трубы, а иногда по времени. С этой целью в литературе вводится понятие среднего по времени или эффективного значения коэффициента теплоотдачи [11,15], который определяется из условия равенства количества теплоты, воспринятой стенкой за время t, например по формуле

$$\tilde{\alpha}_T = \frac{\int_0^t \alpha_T \Delta T\,dt}{\Delta T_{ср}\,t}, \quad (2.40)$$

где $\Delta T = T - T_{пов}$.

Глава 3.
ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ ГАЗОДИНАМИКИ АВТОМАТИЧЕСКОГО ОРУЖИЯ

3.1. ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

В практике газодинамических расчетов широкое применение нашли так называемые газодинамические функции. Чтобы ввести понятие о газодинамических функциях, рассмотрим выражения (I.75), (I.77) и (I.78)-(I.80) для изэнтропических течений. Ранее было показано, что правые части уравнений (I.75) и (I.77) являются функциями чисел M или λ, показателя изэнтропы k и безразмерного параметра $\alpha\bar{\rho}$, характеризующего начальное состояние газового потока. При заданном значении k для реального газа, подчиняющегося уравнению состояния вида (I.3), имеем

$$\frac{T}{\bar{T}}, \frac{\rho}{\bar{\rho}}, \frac{p}{\bar{p}} = f_{1,2,3}(M, \alpha\bar{\rho})$$

и для идеального газа из уравнений (I.78)-(I.80)

$$\frac{T}{\bar{T}}, \frac{\rho}{\bar{\rho}}, \frac{p}{\bar{p}} = \varphi_{1,2,3}(M).$$

Введем в рассмотрение приведенные значения чисел M и λ

$$\bar{M} = \frac{M}{1-\alpha\rho}, \quad \bar{\lambda} = \lambda\sqrt{\frac{k+1}{k-1+2(1-\alpha\rho^*)^2}}.$$

Тогда для реального газа в соответствии с уравнениями (I.75) и (I.77) можно ввести следующие функции:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{T}{\bar{T}} = \tau(\bar{M}) = 1-\frac{k-1}{k+1}\bar{\lambda}^2 = \left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right)^{-1};\\
&\frac{p}{\bar{p}} = \pi(\bar{M}) = \left(1-\frac{k-1}{k+1}\bar{\lambda}^2\right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)^{-\frac{k}{k-1}};\\
&\frac{\rho}{\bar{\rho}}\,\frac{1-\alpha\bar{\rho}}{1-\alpha\rho} = \varepsilon(\bar{M}) = \left(1-\frac{k-1}{k+1}\bar{\lambda}^2\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right)^{-\frac{1}{k-1}},
\end{aligned}\right\} \quad (3.I)$$

которые назовем основными газодинамическими функциями. Так например, в работе [24], приведены таблицы газодинамических функций, вычисленные для идеального газа, т.е. при $\alpha\bar{\rho} = 0$ и $\bar{M} = M$. Так как правые части выражений (I.75)-(I.77) и (I.78)-(I.80) идентичны, то пользоваться этими таблицами можно и для реального газа, подчиняющегося уравнению состояния (I.I3), если в них входить вместо чисел M и λ по приведенным значениям $\bar{M}$ или $\bar{\lambda}$. Однако при вычислении скорости течения или самих чисел M и λ, следует помнить о различии между действительными значениями этих критериев и значениями $\bar{M}$ и $\bar{\lambda}$, вводимыми формально только для упрощения записи. В частности, в критическом сечении $M = \lambda = I$, но $\bar{M}^* = \frac{1}{1-\alpha\rho^*} > 1$ и $\bar{\lambda}^* > I$.

В практике газодинамических расчетов часто применяют производные или вспомогательные газодинамические функции, наиболее употребительные из которых мы рассмотрим.

I. Функция $q(\bar{M})$ входит в формулу для секундного расхода. Заменив плотность в уравнении (I.38) в соответствии с формулой системы (3.I) и выразив скорость через число M, получим

$$G = s\bar{\rho}\,\frac{1-\alpha\rho}{1-\alpha\bar{\rho}}\,\varepsilon(\bar{M})\,Ma.$$

Подставив затем плотность $\bar{\rho}$ и скорость звука в соответствии с зависимостями (I.3) и (I.6I), после элементарных преобразований имеем

$$G = s(1-\alpha\rho)\frac{\bar{p}}{\sqrt{R\bar{T}}}\sqrt{k}\,\bar{M}\left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right)^{-\frac{k+1}{2(k-1)}}.$$

Введем функцию

$$q(\bar{M}) = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{-\frac{k+1}{2(k-1)}} \bar{M}\left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right)^{-\frac{k+1}{2(k-1)}} . \qquad (3.2)$$

Тогда формула для секундного расхода примет окончательный вид

$$G = k_0 s (1-\alpha\rho)\frac{\bar{\rho} q(\bar{M})}{\sqrt{R\bar{T}}} , \qquad (3.3)$$

где

$$k_0 = \sqrt{k\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} . \qquad (3.4)$$

Если в выражении (3.2) от числа $\bar{M}$ перейти в числу $\bar{\lambda}$ согласно формуле (I.82), то получим для газодинамической функции $q(\bar{\lambda})$ формулу

$$q(\bar{\lambda}) = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{-\frac{1}{k-1}} \bar{\lambda}\left(1-\frac{k-1}{k+1}\bar{\lambda}^2\right)^{\frac{1}{k-1}} .$$

Нетрудно видеть, что при $\bar{M} = \bar{\lambda} = 1$ имеем $q(1) = 1$.

Рассмотрим частный случай – выразим секундный расход в критическом сечении. В критическом сечении $M^* = \lambda^* = 1$, $\bar{M}^* = \frac{1}{1-\alpha\rho^*}$ и выражение (3.2) примет вид

$$q(\bar{M}^*) = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{-\frac{k+1}{2(k-1)}} \frac{1}{1-\alpha\rho^*}\left[1+\frac{k-1}{2(1-\alpha\rho^*)^2}\right]^{-\frac{k+1}{2(k-1)}} .$$

Подставив это выражение в формулу (3.3), после преобразований получим искомую формулу

$$G = \bar{k}_0 s \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{R\bar{T}}} , \qquad (3.5)$$

в которой

$$\bar{k}_0 = \sqrt{k\left[1+\frac{k-1}{2(1-\alpha\rho^*)^2}\right]^{-\frac{k+1}{k-1}}} . \qquad (3.6)$$

Для идеального газа $\alpha\rho^* = 0$ и $\bar{k}_0 = k_0$,

2.Функция $z(\lambda)$ входит в выражение для полной стационарной реакции потока в данном сечении и применяется только для идеального газа. При выводе исходим из формулы (I.43), которую преобразуем к виду

$$R = G\left(v + \frac{S}{G}p\right) = G\left(v + \frac{p}{\rho v}\right) = Ga^*\left(\lambda + \frac{RT}{\lambda a^{*2}}\right).$$

Подставив в выражение в скобках критическую скорость согласно зависимости (I.66) и заменив отношение $T/\bar{T}$ в соответствии с выражением системы (I.78) получим после преобразований

$$R = \frac{k+1}{2k} Ga^* z(\lambda), \qquad (3.7)$$

где

$$z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}.$$

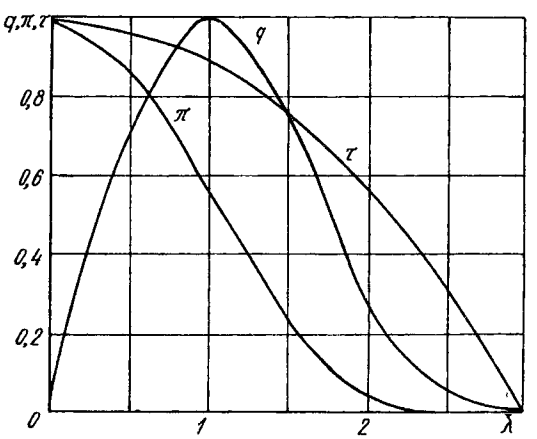


Рис.3.I.Графики газодинамических функций $\tau(\bar{\lambda})$, $\pi(\bar{\lambda})$, $q(\bar{\lambda})$ при k = I,25

Графики функций $\tau(\bar{\lambda})$, $\pi(\bar{\lambda})$, $q(\bar{\lambda})$ при k = I,25 приведены на рис.3.I. График функции $z(\lambda)$ приведен на рис.3.2. Из графиков видно, что одному значению любой основной газодинамической функции соответствует одно значение числа M или λ. Вспомогательные газодинамические функции этим свойством не обладают. Одному значению вспомогательной газодинамической функции соответствуют два значения чисел M или λ ; для идеального газа одно из них дозвуковое, другое сверхзвуковое. Система уравнений газодинамики не дает формального ответа, какое решение из двух брать. Ответ на этот вопрос зависит от конкретных условий задачи, так как в большинстве случаев заранее известно, дозвуковое или сверхзвуковое течение имеет место в данных условиях. В случае реального газа одно значение $\bar{M}<1$, второе $\bar{M}>1$, и так как в критическом сечении $\bar{M}^* = 1/1-\alpha\rho^*$, то экстремум вспомогательных газодинамических функций незначитель-

но сдвигается в сторону меньших чисел M , т.е. в дозвуковую область. Это означает, что для реального газа в принципе возможно существование двух решений в дозвуковой области. Однако из-за незначительности области, расположенной между экстремальным значением числа M и $M = 1$, практически имеют место решения - одно в дозвуковой области и другое в сверхзвуковой области.

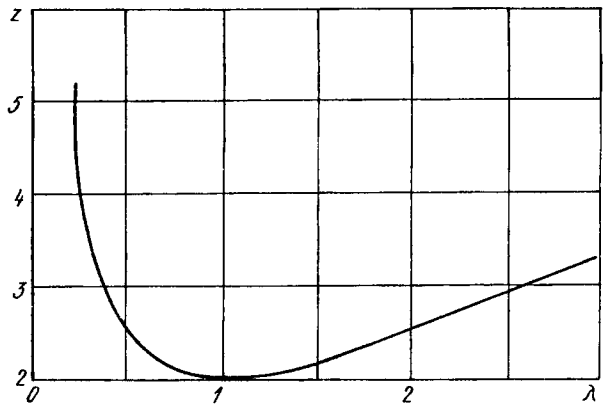


Рис.3.2.График газодинамической функции $z(\lambda)$

Кроме рассмотренных функций в таблицах приводятся и другие газодинамические функции, которые в наших задачах применяются редко. Применение газодинамических функций значительно упрощает решение многих задач газодинамики. Хотя в принципе все функции получены для изэнтропического течения, их использование возможно и в некоторых видах неизэнтропических течений. В таких случаях газодинамические функции, как и уравнения (I.75)-(I.80), применяются для конкретного сечения потока. Газодинамические функции $\tau(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $\varepsilon(\lambda)$, $q(\lambda)$, $z(\lambda)$ и ряд других для различных k даны в работе [24].

3.2. ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА ИЗ СОСУДА

Задача об определении параметров газа при истечении через любой насадок или просто отверстие в стенке сосуда является весьма распространенной и всегда встречается при расчете рабочих процессов в боковых газовых устройствах (БГУ). Поставим эту задачу следующим образом. Зная параметры газа p_0, T_0, v_0 в

некотором характерном сечении сосуда, определить параметры и секундный расход газа в любом сечении насадка, через который происходит истечение (рис.3.3).

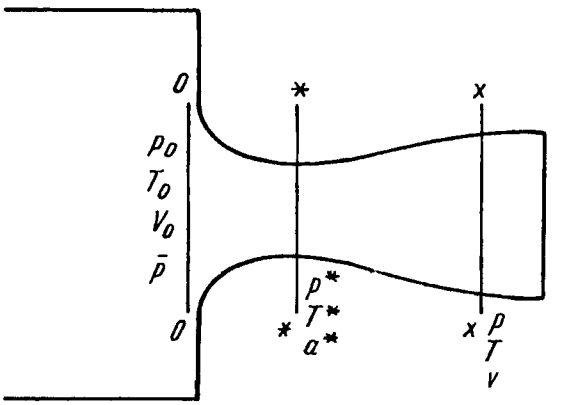


Рис.3.3.К определению скорости и секундного расхода газа при истечении из сосуда

За характерное сечение в принципе можно взять любое сечение сосуда, но лучше всего его выбрать вблизи отверстия истечения, там, где поток начинает претерпевать превращения, связанные со входом в насадок. Задачу об истечении газа из сосуда будем рассматривать для идеальных условий истечения, при которых: скорость газа в характерном сечении сосуда совпадает с осью симметрии насадка; трение при течении и теплоотдача стенкам насадка отсутствуют; течение газа в насадке и отверстии одномерное.

Последнее допущение не является следствием первых двух, так как даже при отсутствии трения истечение газа может быть не одномерным, т.е. параметры газа по сечению насадка меняются. При принятых допущениях течение газа в насадке будет одномерным и изэнтропическим, а параметры газа в заторможенном состоянии будут постоянными.

При расчете истечения газа из сосуда необходимо иметь зависимости для скорости истечения и для секундного расхода в функции параметров газа в характерном сечении сосуда. Скорость

течения газа в любом сечении насадка определим из уравнения энергии (I.58) для энергетически изолированного потока, которое представим в виде

$$T_0 + \frac{v_0^2}{2c_p} = T + \frac{v^2}{2c_p} = \bar{T}. \qquad (3.8)$$

Из уравнения (3.8), используя зависимость (I.6), получим

$$v^2 = v_0^2 + \frac{2k}{k-1} RT_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right)$$

и затем, применив уравнение адиабаты (I.29), будем иметь

$$v^2 = v_0^2 + \frac{2k}{k-1} RT_0 \left[1 - \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]. \qquad (3.9)$$

Выразим скорость истечения через температуру торможения. Тогда из уравнения (3.8) имеем

$$v = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R\bar{T}\left(1 - x^{\frac{k-1}{k}}\right)}, \qquad (3.10)$$

где $x = \rho/\bar{\rho}$.

Частный случай. Определить скорость течения в критическом сечении насадка.

Подставив в формулу (3.10) значение $x = x^* = \frac{\rho^*}{\bar{\rho}}$ по зависимости (I.68), после элементарных преобразований будем иметь

$$v^* = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R\bar{T}\left[\frac{1}{1 + \frac{k-1}{2(1-\alpha\rho^*)^2}}\right]} = \sqrt{\frac{kRT}{(1-\alpha\rho^*)^2 + \frac{k-1}{2}}} = a^*,$$

т.е. получена формула (I.65).

Оценим влияние коволюма, приняв $\alpha\bar{\rho} = 0{,}2$ и $RT = f = 10^6$ Дж/кг. Величину $\alpha\rho^*$ определим из уравнения (I.72)

$$\alpha\rho^* = \alpha\bar{\rho}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} = 0{,}2\left(\frac{2}{1{,}25+1}\right)^{\frac{1}{1{,}25-1}} = 0{,}125.$$

Тогда

$$a^* = \sqrt{\frac{1{,}26 \cdot 10^6}{(1-0{,}125)^2 + \frac{1{,}25-1}{2}}} = 1180 \text{ м/с} .$$

При $\alpha\bar{\rho} = 0$ в параграфе I.5 мы имели $a^* = 1050$ м/с. Как видим, влияние реальности свойств газа на величину a^* существенно.

Более важным параметром при решении задач, связанных с истечением, является секундный расход газа. Зависимость (3.3) через газодинамическую функцию $q(M)$ позволяет определить секундный расход газа при известных значениях параметров в конкретном сечении насадка и не позволяет анализировать влияние внешних условий истечения (наружного противодавления). В большинстве случаев лучше иметь формулу, выражающую секундный расход через параметры газа в сосуде, откуда происходит истечение.

Для определения секундного расхода используем уравнение (I.38), подставив в него значение ρ из уравнения изэнтропы (I.29) и скорость истечения из уравнения (3.10). Тогда

$$G = s\rho v = s\bar{\rho}\frac{1-\alpha\rho}{1-\alpha\bar{\rho}} \times^{1/k} \sqrt{\frac{2k}{k-1} R\bar{T}\left(1 - \times^{\frac{k-1}{k}}\right)} .$$

Выразив $\bar{\rho}$ из уравнения состояния (I.3), получим после элементарных преобразований

$$G = s k_1 (1-\alpha\rho)\frac{\bar{\rho}}{\sqrt{R\bar{T}}} Y, \qquad (3.11)$$

где

$$k_1 = \sqrt{\frac{2k}{k-1}} , \qquad (3.12)$$

$$Y = \sqrt{\times^{2/k} - \times^{\frac{k+1}{k}}} . \qquad (3.13)$$

Для идеального газа формула (3.11) примет вид

$$G = s k_1 \frac{\rho}{\sqrt{R\bar{T}}} Y.$$

Получим формулу для расхода в критическом сечении. Для этого в формулы (3.II), (3.I3) необходимо подставить $x = x^*$ из зависимости (I.68). Тогда

$$Y = Y^* = \sqrt{x^{*\,2/k} - x^{*\,\frac{k+1}{k}}}$$

и после преобразований получим формулу (3.5). Ее можно получить также из формулы (3.3), приняв в ней $q(\bar{M}) = q(\bar{M}^*)$ и $\bar{M}^* = 1/\sqrt{1-\alpha\rho^*}$. Заметим, что разные обозначения расхода в формулах (3.II) и (3.5) применены для общности использования, так как для неустановившегося движения газа расходы в критическом и любом другом сечении различны. В случае установившегося движения, если насадок работает полностью, расходы в любом сечении его одинаковы, т.е. $G^* = G$, и различие в обозначениях имеет смысл только при выводах. При практическом использовании формул (3.II), (3.5) приходится учитывать отличие реальных условий истечения от идеальных, принятых при выводе, что осуществляется введением коэффициента расхода μ, который равен отношению действительного расхода к теоретическому $\mu = \frac{G}{G_T}$ и тогда формулы (3.II), (3.5) записываются в виде

$$G = (\mu s)\, k_1 (1 - \alpha\rho) \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{R\bar{T}}}\, Y, \qquad (3.14)$$

$$G = (\mu s)^*\, \bar{k}_0 \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{R\bar{T}}}, \qquad (3.15)$$

в котором они и применяются.

Величину (μs) называют приведенной площадью истечения и определяют как произведение коэффициента расхода на площадь отверстия истечения, а когда коэффициент расхода задать отдельно не удается целиком – в виде произведения. Значения коэффициента расхода зависят от конкретных условий истечения – формы и размеров насадка и отверстия, значения и направления скорости в сосуде у отверстия, свойств газа, наружного противодавления – и выбираются, главным образом, на основе опытных данных.

Иногда удобно пользоваться формулами для секундного расхода, записанными через статические давления и температуру газа

в сосуде. Для этого параметры торможения в формулах (3.I4) и (3.I5) нужно заменить согласно зависимостям (I.75) и (I.76). Тогда после элементарных преобразований получим

$$G = (\mu S)\ \varphi_2(\bar{M}_0)\, k_1 \frac{\rho_0}{\sqrt{RT_0}}\, Y(1-\alpha\rho), \tag{3.I6}$$

$$G^* = (\mu S)\ \varphi_2(\bar{M}_0)\, k_0 \frac{\rho_0}{\sqrt{RT_0}}, \tag{3.I7}$$

где $$\varphi_2(M_0) = \left(1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}_0^2\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}. \tag{3.I8}$$

Заметим, что для идеального газа в формулах (3.I4)-(3.I8) следует принимать $\alpha\rho = 0$, $\bar{M} = M$, $\bar{k}_0 = k_0$.

3.3. СВЕРХЗВУКОВОЕ СОПЛО

Самым распространенным способом получения сверхзвуковых скоростей при истечении газа из сосуда является ускорение потока путем изменения площади его поперечного сечения. Такой насадок в газодинамике называется геометрическим соплом. Математически форму сверхзвукового сопла можно определить с помощью закона обращения воздействий (I.83), из которого имеем для геометрического сопла

$$(M^2-1)\frac{dv}{v} = \frac{ds}{s}. \tag{3.I9}$$

Уравнение (3.I9) было получено независимо от закона обращения воздействий французским инженером-артиллеристом Гюгонио и носит его имя. Влияние изменения площади поперечного сечения на характер изменения скорости, которое следует из уравнения (3.I9), представлено в табл. 3.I. Из приведенных данных видно, что дозвуковой поток ускоряется при уменьшении площади его сечения, а сверхзвуковой поток будет ускоряться при увеличении площади его сечения. Заметим, что случай торможения сверхзвукового потока рассмотрен чисто формально, так как торможение сверхзвукового потока возможно только скачком. Из урав-

нения 3.19 следует также, что в критическом сечении для получения ускоренного движения газа должно выполняться условие $d s = 0$. Таким образом, сверхзвуковое сопло (рис.3.4) должно состоять из сходящегося насадка (дозвуковой части) и расходящегося насадка (сверхзвуковой части), сопряженных между собой.

Таблица 3.I

Влияние изменения площади сечения потока на скорость течения

Поток	Тип насадка	
	Сходящийся	Расширяющийся
Дозвуковой ($M<1$)	$dv>0$	$dv<0$
Сверхзвуковой ($M>1$)	$dv<0$	$dv>0$

Различный характер изменения скорости в дозвуковом и сверхзвуковом потоках легко объясняется. Известно, что в дозвуковом потоке любые элементарные возмущения, распространяющиеся со скоростью звука, перемещаются по всем направлениям, в том чис-

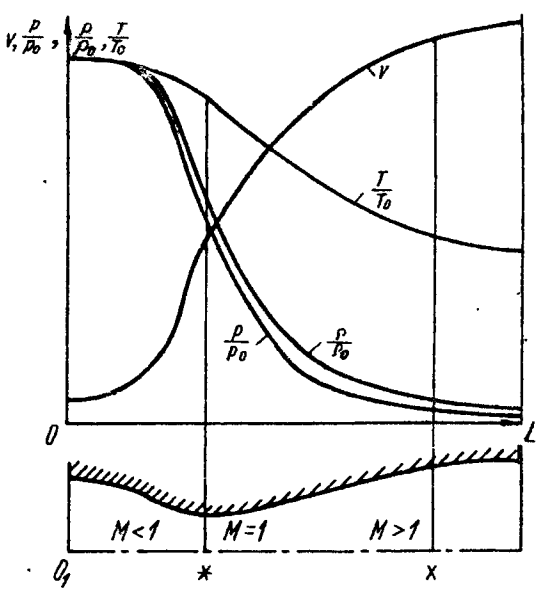


Рис.3.4. Характер изменения параметров газа по длине сверхзвукового сопла

ле вверх по потоку. Поэтому часть дозвукового потока выше источника возмущения реагирует на него и перестраивается в соответствии с его характером. В сходящемся насадке любое впереди лежащее относительно данного сечение является источником уплотнения (повышения давления), которое распространяется вверх по потоку. Вследствие этого вдоль оси потока возникает отрицательный перепад давлений (градиент давлений), ускоряющий движение газа.

В расширяющемся насадке при дозвуковом течении вверх по потоку распространяется разряжение и по ходу движения газа имеет место повышение давления, тормозящее движение. Перейдя от одиночного источника слабых возмущений к большому числу их, непрерывно расположенных по длине канала (сопла), получим непрерывное увеличение скорости дозвукового потока при уменьшении сечения канала и непрерывное уменьшение скорости при увеличении площади канала.

Иной характер изменения скорости будет в сверхзвуковом потоке. Сверхзвуковой поток, говоря образно, - поток "слепой", так как элементарные возмущения вверх по потоку распространяться не могут, и часть сверхзвукового потока, находящаяся выше источника возмущения, не реагирует на него. Поэтому разряжение, возникающее при расширении газа, может распространяться вниз по потоку, вследствие чего давление в направлении движения падает. Возникает отрицательный градиент давления, ускоряющий поток, и по длине сверхзвуковой части по аналогии с дозвуковым потоком получаем непрерывное увеличение скорости течения.

Рассмотрим методику определения параметров газа при течении по соплу. Для этого выделим по длине сопла (см.рис.3.4) три характерных сечения: сечение "0_1" у входа в сопло, принадлежащее сосуду, "$*$" - критическое сечение, скорость течения в котором равна скорости звука, сечение "x" - произвольное. Будем пренебрегать всеми видами потерь при течении по соплу, которые даже у непрофилированных сопл относительно невелики и учитываются отдельно. Тогда коэффициенты расхода в уравнениях (3.I4)-(3.I7) будут одинаковы. Так как при установившемся движении секундный расход через любое сечение насадка одинаков, при определении параметров газа будем исходить из равенства расходов в любом сечении $G = G^*$, причем в качестве выражения для

расхода можно использовать любую из зависимостей (3.3),(3.I5)-(3.I7). В связи с этим возможны два способа решения задачи.

I. Решение с помощью газодинамических функций. В этом случае исходим из выражения (3.3) для секундного расхода через функцию $q(\bar{M})$. Приравняв расходы и левые части формул (3.3) и (3.5), получим уравнение

$$(1-\alpha\rho)\,q(\bar{M}) = \frac{s^*}{s}\,\frac{\bar{k}_0}{k_0}\,, \qquad (3.20)$$

из которого методом последовательных приближений найдем число $\bar{M}$. При этом для определения параметра $\alpha\rho^*$, входящего в выражение для коэффициента $\bar{k}_0$, можно использовать либо точную формулу (I.69), либо приближенную зависимость (I.72). Величину $\alpha\rho$ определим с помощью зависимости из системы (3.I). После нахождения значения $\bar{M}$ из выражений системы (3.I) получим

$$T = \bar{T}\tau(\bar{M}),\quad p = \bar{p}\pi(\bar{M}),\quad \frac{\rho}{1-\alpha\rho} = \frac{\bar{\rho}}{1-\alpha\bar{\rho}}\,\varepsilon(\bar{M}).$$

Так как

$$\bar{M} = \frac{M}{1-\alpha\rho} = \frac{v}{a_u} = M_u\,, \qquad \text{то}$$

$$v = Ma_u\,, \quad \text{где} \quad a_u = \sqrt{kRT}\,.$$

Значение полной реакции в любом сечении потока можно определять по любой из формул (I.43), (3.7). Для идеального газа уравнение (3.20) примет простейший вид

$$q(M) = \frac{s^*}{s}\,. \qquad (3.2I)$$

2. Решение без применения газодинамических функций. Приравняв правые части формул (3.I4) и (3.I5), получим следующее исходное уравнение для определения параметров в произвольном сечении сопла

$$(1-\alpha\rho)\,Y = \frac{s^*}{s}\,\frac{\bar{k}_0}{k_1}\,, \qquad (3.22)$$

в котором параметр $\alpha\rho$ с достаточной степенью точности может быть выражен из уравнения изэнтропы (I.29)

$$\alpha\rho = \alpha\bar{\rho}\,\pi^{1/k}\,.$$

Так как согласно выражению (3.13) $Y = f(x)$, то левая часть уравнения (3.22) является функцией отношения давлений $x = p/\bar{p}$, а само уравнение представляет собой трансцендентное уравнение, решаемое относительно x, например, методом последовательных приближений (методом итераций). По известному значению x подсчитывается давление, и затем с помощью уравнения изэнтропы – другие термодинамические параметры

$$\frac{T}{\bar{T}} = x^{\frac{k-1}{k}}, \quad \frac{\rho}{\bar{\rho}} \frac{1-\alpha\bar{\rho}}{1-\alpha\rho} = x^{1/k}.$$

При необходимости по формулам (3.10) и (1.43) определяются скорость течения и реакция потока в любом сечении.

В обоих методах параметры потока в заторможенном состоянии определяются из зависимостей (1.75)–(1.77) или (1.78)–(1.80) по известным значениям параметров газа в исходном сечении "0_1". Например, полное давление подсчитывается по формуле

$$\frac{\bar{p}}{p_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \bar{M}_0^2\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Из графиков изменения относительных величин $\frac{T}{T_0}, \frac{\rho}{\rho_0}, \frac{\rho}{\rho_0}$ и безразмерной скорости по длине сопла (см. рис. 3.4) видно, что скорость газа по длине сопла непрерывно растет, а давление, температура и плотность непрерывно падают, имея точку перегиба в критическом сечении. Факт непрерывного возрастания скорости следует из уравнения Гюгонио, а падение термодинамических параметров – из уравнения энергии, что можно легко доказать с помощью выражений (1.75)–(1.80). Потери на трение, теплоотдачу, радиальную составляющую скорости, имеющие место при течении в соплах, а также диссипация энергии от образования скачков повышения давления в сверхзвуковой части не влияют на качественные выводы и не сказываются существенно на количественных результатах вследствие небольшого относительного значения потерь. Потери зависят от конфигурации сопла, главным образом, от его сверхзвуковой части и обычно учитываются введением коэффициентов в выражения для скорости газа и реакции потока.

Как следует из формулы (3.20), по мере роста степени расширения скорость потока, а, следовательно, и полная реакция

потока, растут все медленнее. Предельное значение безразмерной скорости λ_∞, соответствующее предельной скорости v_∞, будет при $s \to \infty$ и $s^*/s \to 0$. Формально значение λ_∞ можно получить из уравнения (I.75) при $\Gamma \to 0$

$$\lambda_\infty^2 = \frac{2}{k-1}(1-\alpha\rho^*)^2 + 1,$$

откуда для идеального газа имеем известную зависимость

$$\lambda_\infty^2 = \frac{k+1}{k-1} . \qquad (3.23)$$

Фактически же при $s/s^* > 3$ дальнейшее увеличение степени расширения не приводит к существенному увеличению скорости истечения и полной реакции потока, т.е. возрастание габаритных размеров сопла не компенсируется увеличением реакции потока. Выбор оптимальной степени расширения сопла, его профилирование определяются назначением сопла, конкретными условиями его работы и выходят за рамки данной монографии.

Рассмотрим частный случай сопла – цилиндрический насадок. В цилиндрическом насадке при идеальных условиях истечения имеем $ds = 0$ и $v = const$. При установившемся движении газа скорость течения в цилиндрическом насадке при отсутствии потерь постоянна и должна быть равна скорости распространения слабых возмущений, т.е. скорости звука. В самом деле, при истечении поток вследствие перепада давлений между выходных сечением и наружным будет ускоряться до тех пор, пока не установится скорость течения, равная скорости звука, сначала в выходном сечении, а затем и по всей длине сопла. Время установления критической скорости по длине насадка представляет время выхода течения на режим. Очевидно, что термодинамические параметры по длине насадка постоянны и равны критическим значениям.

3.4. ВЛИЯНИЕ НАРУЖНОГО ПРОТИВОДАВЛЕНИЯ НА ХАРАКТЕР ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗА ИЗ СОСУДА

Рассмотренная в параграфе 3.3. методика определения параметров газа при течении по соплу предполагает, что сопловой насадок работает полностью, т.е. по всему насадку имеет место

безотрывное течение газа, подчиняющееся уравнениям газодинамики для осесимметричного безразрывного движения. Это возможно в случае, когда наружное противодавление не влияет на процесс истечения. Однако в реальных условиях истечение газа через сопловой насадок происходит в среду с противодавлением $p_н$, значение которого может влиять на распределение параметров потока по длине насадка, а в отдельных случаях на расход газа, т.е. на пропускную способность насадка. Особое значение последний случай имеет при перетекании газа из одного резервуара в другой, например, при перетекании порохового газа из ствола в камеру газового устройства, когда давления в камере и стволе соизмеримы друг с другом.

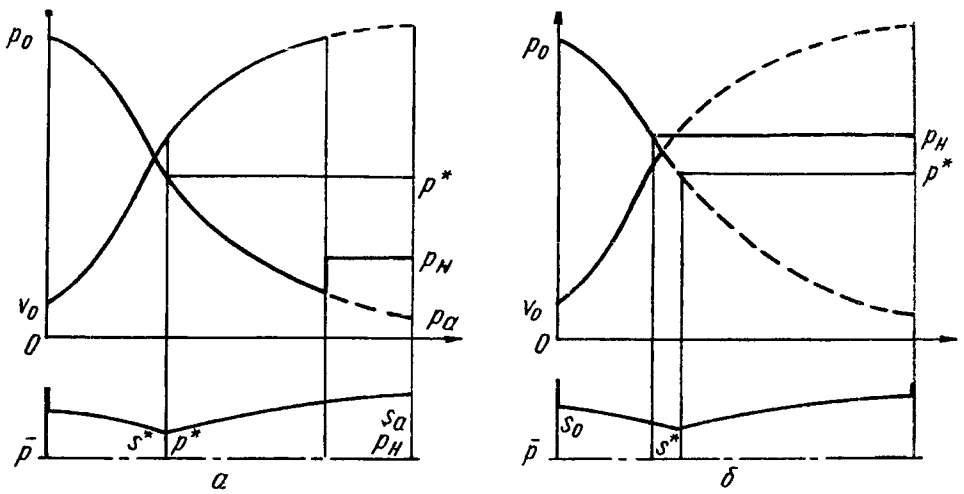


Рис.3.5.Схема работы соплового насадка при одномерном истечении газа в среду с противодавлением $p^* \geq p_н > p_a$ (а) и $p_0 > p_н > p^*$ (б)

Рассмотрим вначале одномерное истечение газа из сосуда через сопловой насадок в среду с противодавлением при принятых в параграфе 3.2 допущениях (рис.3.5), которое предполагает равенство параметров газа по сечению насадка или отверстия истечения. Пусть начальное давление во входной части сопла будет равно p_0, давление в выходном сечении, рассчитанное при условии работы всего насадка, равно p_a, а полное давление потока перед входом в насадок – $\bar{p}$. Очевидно, что истечение газа из сосуда имеет место, если $\bar{p} > p_н$. Представим себе, что соотношение

между давлениями $\bar{\rho}$ и $\rho_н$ меняется, причем безразлично за счет какого давления. При уменьшении давления $\bar{\rho}$ будет понижаться вся кривая распределения давлений по длине насадка и соответственно будут уменьшаться все характерные давления $\rho_0, \rho^*, \rho_а$. Более наглядно представить себе, что изменение соотношения между $\bar{\rho}$ и $\rho_н$ происходит за счет увеличения наружного противодавления от нуля. При этом выделим три случая истечения.

Случай I. Наружное противодавление меньше критического давления, т.е. $\rho_н/\bar{\rho} < x^*$. Такой режим истечения называется сверхкритическим или закритическим. Рассмотрим начальный случай истечения, когда $\rho_а \geq \rho_н$. Очевидно, что при этом сопловой насадок работает полностью, и наружное противодавление на процесс истечения не влияет. При дальнейшем увеличении давления $\rho_н$ будет иметь место неравенство $\rho_а < \rho_н < \rho^*$. Однако при $\rho_н > \rho_а$ некоторое время выходное сечение продолжает оставаться на срезе насадка и не смещается внутрь, т.е. сопло работает полностью. Это обстоятельство объясняется тем, что при относительно небольших перепадах между давлениями $\rho_а$ и $\rho_н$ повышение давления не может распространиться вверх по соплу вследствие сверхзвуковой скорости течения газа. Однако при дальнейшем увеличении давления $\rho_н$ сверх некоторого значения $\rho'_н$ в выходном сечении происходит скачкообразное терможение потока и затем выходное сечение начинает смещаться внутрь сопла (рис.3.5, а), т.е. часть сопла уже перестает работать.

Исследования, проведенные применительно к соплам ракетных двигателей, показали, что отношение $\rho_а/\rho'_н$ зависит от ряда факторов и, в основном, от профиля сопла и природы газа. По мере увеличения давления $\rho_н$ сверх значения $\rho'_н$ выходное сечение сопла будет смещаться по направлению к критическому сечению, разница между давлениями $\rho_н$ и давлением в действительном выходном сечении будет уменьшаться и при $\rho_н = \rho^*$ выходное сечение совпадает с критическим.

Таким образом, при сверхкритическом режиме истечения, несмотря на то, что часть насадка не работает, работает критическое сечение, и сопло пропускает весь заданный расход газа, который можно подсчитать по любой формуле – как расход в произвольном сечении насадка или в критическом сечении.

Случай 2. Наружное противодавление равно критическому давлению, т.е. $\rho_н/\bar{\rho} = x^*$. Такой режим истечения называется критическим. При критическом режиме истечения вся сверхзвуковая часть сопла не работает, а выходное сечение насадка совпадает с критическим. Поскольку критическое сечение работает, сопло пропускает весь расчетный расход газа, численное значение которого можно определить по любой формуле. Поэтому и в этом случае наружное противодавление не влияет на процесс перетекания газа из одного резервуара в другой.

Случай 3. Наружное противодавление больше критического значения давления, т.е. $\rho_н/\bar{\rho} > x^*$. Этот режим истечения называют докритическим. При докритическом режиме истечения в выходном сечении должно выполняться условие $\rho_н = \rho_a$, т.е. выходное сечение сопла должно находиться там, где расчетное давление равно наружному противодавлению (рис.3.5,б). В противном случае разряжение, возникающее при $\rho_a > \rho_н$ могло бы распространиться вверх по потоку, выровнять давления в сосуде и наружное, и процесс истечения прекратился бы.

Формально секундный расход газа при докритическом режиме следует определять, как расход в данном сечении, т.е. по общим формулам (3.I4) или (3.I6), в которых функция Y подсчитывается по значению $x = x_н = \rho_н/\bar{\rho}$. В действительности же, пока выходное сечение находится в дозвуковой части насадка, последний пропускает весь расчетный расход, поскольку при установившемся течении газа должно выполняться условие $G = G^*$, и секундный расход газа можно подсчитать по любой формуле, в том числе и по формулам (3.I4)-(3.I7). Поэтому, пока $\rho_н \leq \rho_0$ наружное противодавление, оказывая как и в предыдущих случаях влияние на значение параметров газа в выходном сечении, не влияет на процесс перетекания газа из одного резервуара в другой. И только когда значение наружного противодавлений будет больше значения ρ_0, т.е. $x_н > x_0$, оно будет влиять на процесс перетекания газа через насадок. При этом начальное сечение, в котором установится давление $\rho_н$, будет и выходным и пропускным; секундный расход можно определить только по общей формуле типа (3.I4) или (3.I6) при $x_н = \rho_н/\bar{\rho}$. Все сопло, пропуская определенный таким образом расход, работает не в расчетном режиме, т.е. распределение параметров по длине сопла рассчитывать по методике, изложенной в

параграфе 3.3 нельзя.

Диаграмма функции Y при истечении газа через сопловой насадок приведена на рис.3.6,а. Для простоты газ рассматривается идеальным. Из диаграммы видно, что при $x_н \le x_0$ ($\rho_н \le \rho_0$) функция противодавления равна критическому значению $Y = Y^* = k_0/k_1$, подставляя которое в формулу (3.I4), получим зависимость (3.5) для расхода в критическом сечении.

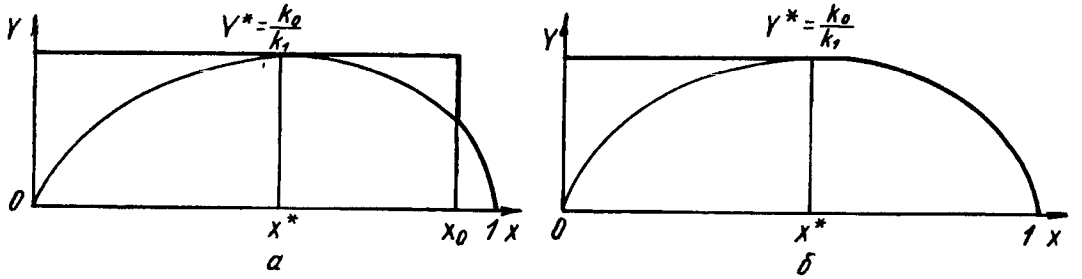


Рис.3.6.График функции противодавления $Y(x)$ при одномерном истечении через сопловой (а) и цилиндрический (б) насадки

В автоматическом оружии насадок типа сверхзвукового сопла в качестве газопровода для перевода газа из одного резервуара в другой не применяется. Однако рассмотренный случай перетекания является наиболее общим, позволяет правильно понять влияние наружного противодавления на процесс истечения газа в насадке и оценить его количественно в различных частных случаях - при перетекании газа через простой цилиндрический и ступенчатый насадки, применяющиеся в оружии.

Процесс истечения газа через цилиндрический насадок в среду с противодавлением представляет собой особый и наиболее распространенный случай в газодинамике автоматического оружия. Истечение через цилиндрический насадок происходит в трех режимах. При этом в случаях сверхкритического и критического режимов наружное противодавление не влияет на значение секундного расхода, и на распределение параметров по длине насадка, поскольку по всей длине насадка скорость течения газа и давление равны критическим значениям.

Однако в случае докритического режима в насадке устанавливается давление, равное наружному противодавлению; расход можно

определить по общей формуле (3.14) при $x = x_н$, т.е. наружное противодавление оказывает влияние на секундный расход газа, который характеризуется дозвуковой частью функции Y (см.рис.3.6,б). При этом сверхзвуковая часть функции Y вообще не имеет места и должна быть заменена прямой. Согласно характеру дозвуковой части функции Y с ростом наружного противодавления от величины ρ^* до $\bar{\rho}$ секундный расход будет падать от критического значения до нуля. Таким образом, скорость течения газа в насадке при докритическом режиме будет дозвуковой, изменяется от критического значения a^* до нуля и будет рассчитываться по формуле (3.10), в которой следует принимать $x = x_н$.

В действительности истечение газа из сосуда имеет сложный неодномерный характер и даже при отсутствии трения поле скоростей в отверстии истечения и по длине насадка неоднородно, а секундный расход оказывается меньше теоретического, что учитывается введением в расчетные зависимости приведенной площади отверстия истечения. Эта площадь для конкретного отверстия истечения может быть представлена в виде

$$(\mu s) = \mu_{00} s_0 ,$$

где μ_{00} – коэффициент расхода.

Рассмотрим истечение газа из сосуда через отверстие с острыми кромками, пренебрегая для простоты вязкостью. Под отверстием с острыми кромками будем понимать любое непрофилированное отверстие. При этом влияние технологического скругления кромок,оказываемое на параметры газа при истечении,находится в пределах из разброса. Вблизи отверстия (рис.3.7),слева от него скорости газа в сосуде интенсивно нарастают, линии тока сближаются и искривляются. Так как частицы газа ближе к кромкам оказываются более поджатыми, чем в оси, на выходе устанавливается неравномерное распределение термодинамических параметров и скоростей, причем скорости на внешних линиях тока будут больше, чем у оси струи. Справа от отверстия образуются две области:свободная струя и неподвижный газ (рис.3.7).По мере удаления от отверстия эпюры скоростей вследствие влияния сил вязкости и поджатия ядра потока постепенно выравниваются, на некотором расстоянии скорости на оси и на границе струи станс-

вятся равными. Если $p_н > p^*(x_н > x^*)$, струя непрерывно суживается, максимальное сужение будет на бесконечном удалении от отверстия; скорости течения будут дозвуковыми (рис.3.7,а).

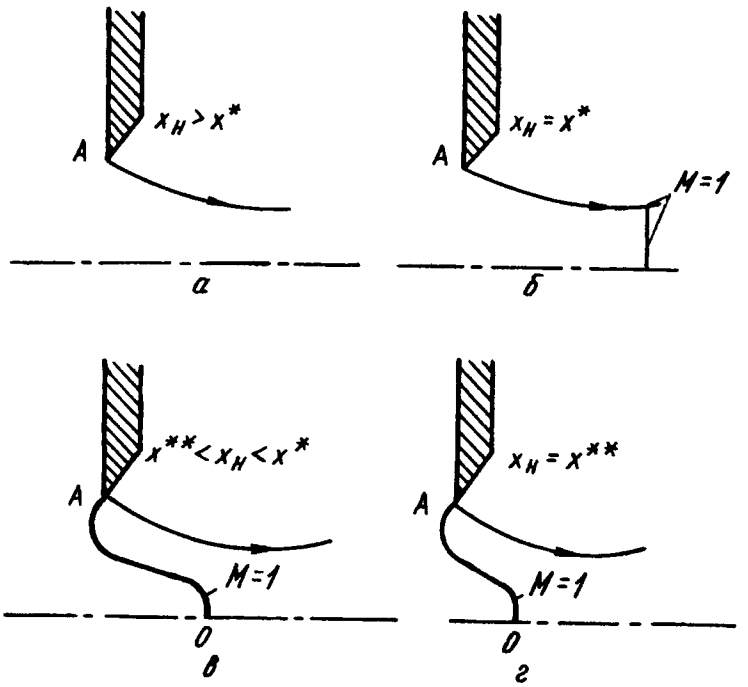


Рис.3.7.Положение граничной линии тока при различных режимах истечения

При $p_н = p^*$ скорость на границе струи равна критической; внутри струи $M < 1$, а на некотором расстоянии от отверстия скорости в сечении струи становятся одинаковыми и равными скорости звука, т.е. линия перехода $M = 1$ идет по границе струи и минимальному сечению ее (рис.3.7,б).

При дальнейшем уменьшении наружного противодавления линия перехода через скорость звука, совпадавшая при $x_н = x^*$ с границей струи и минимальным ее сечением, деформируется и приближается к выходному сечению (рис.3.7,в). При этом сверхзвуковые скорости достигаются во внешней части струи, а затем и в ядре. Деформация линии перехода связана с перестройкой поля скоростей вследствие отклонения и изменения кривизны сверхзвуковых граничных линий тока.

Существует такое значение наружного противодавления, при котором линия перехода займет стабильное положение. Дальнейшее снижение давления $p_н$ не приводит к ее деформации и, следовательно, к изменению поля скоростей (рис.3.7,г). Это давление было названо академиком Франклем Ф.И. вторым критическим давлением p^{**}.

Таким образом, при реальном истечении газа и при сверхкритическом режиме истечения наружное противодавление влияет на расход, который возрастает с уменьшением давления $p_н$, достигая при втором критическом давлении максимального значения, так как с приближением линии перехода к отверстию средняя скорость течения газа в струе растет. И только при $p_н < p^{**} (x_н < x^{**})$ расход газа при истечении не зависит от наружного противодавления. Интересно отметить, что в режиме стабилизации внешняя часть линии перехода находится внутри сосуда (сопла), т.е. у краев отверстия со стороны резервуара скорости уже сверхзвуковые.

Теоретическое решение задачи об истечении газа через отверстие с острыми кромками как для небольших скоростей, так и для скоростей, соизмеримых со скоростью звука, было дано в работе Чаплыгина. Дальнейшее развитие метода Чаплыгина применительно к истечению через отверстие с острой кромкой было осуществлено Ф.И. Франклем для области звуковых и сверхзвуковых скоростей. Поля скоростей за отверстием на расстоянии $l/d = 0{,}18$ для трех значений наружного противодавления и положение стабилизированной линии перехода, построенные на основании расчетов [3] приведены на рис.3.8. Из рисунка видно, что с уменьшением противодавления неравномерность поля скоростей по сечению потока возрастает.

Перейдем к определению коэффициента расхода при истечении через отверстие с острыми кромками, для чего представим его в виде

$$\mu = \frac{G}{G_T} = \frac{G}{G^{**}} \frac{G^{**}}{G_T^{*}} \frac{G_T^{*}}{G_T} = \mu^{**} \frac{q_1}{q_{1T}}, \qquad (3.24)$$

где G – действительный секундный расход газа; G_T^{*} – теоретический секундный расход при критическом режиме, можно определить по формуле (3.5); G_T – теоретическое значение секундно-

го расхода, определяемое одной из общих зависимостей, например, (3.II); G^{**} – значение секундного расхода, соответствующее стабилизированной линии перехода; $\mu^{**} = G/G^{**}$ – коэффициент расхода при стабилизированной линии перехода; $q_1 = G_T^*/G^{**}$, $q_{1T} = G_T/G_T^*$ – относительные расходы.

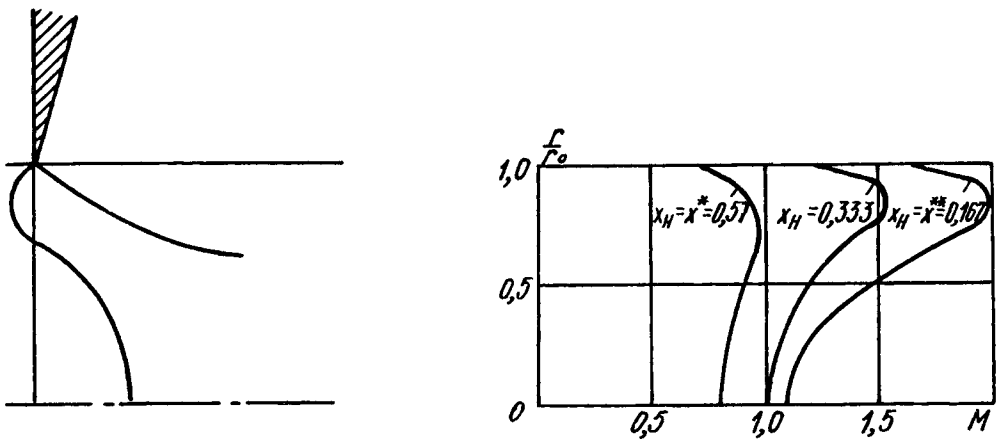


Рис.3.8.Изменение поля скоростей по сечению отверстия с острыми кромками при k = I,I:

Используя выражения (3.II) и (3.5) представим относительный расход q_{1T} в виде

$$q_{1T} = \frac{k_1}{k_0}(1-\alpha\rho)\,Y_u ,$$

причем при $1 > x_н > x^*$ функция Y равна

$$Y_u = Y_{нц} = \sqrt{x_н^{2/k} - x_н^{\frac{k+1}{k}}}$$

и при $x_н \le x^*$

$$Y_u = Y_u^* = \sqrt{x^{*2/k} - x^{*\frac{k+1}{k}}} .$$

В последнем случае q_{1T} = I, что соответствует критическому и сверхкритическому режимам при идеальных условиях истечения. Относительный расход q_1 определяется только на основании

опытных данных и является функцией относительных величин $x_н$ и x^{**}, т.е. на основании зависимости (3.24) мы можем записать

$$\mu = f(\mu^{**}, x^{**}, x_н).$$

Эмпирические зависимости для q_1 даются, например, в работе [3]. Теоретические и экспериментальные исследования показали, что численные значения μ^{**} и x^{**} зависят в общем случае от ряда факторов – числа Рейнольдса, степени сжатия струи $n = S_0/s_0$, где S_0 – площадь сечения сосуда; физических свойств газа, конструктивных особенностей насадков.

Известно, что число Рейнольдса влияет на процесс истечения только для суживающихся сопл и в меньшей степени для отверстий с острой кромкой. При больших скоростях движения газа и турбулентном режиме влияние числа Рейнольдса на седундный расход мало и относительно постоянно.

Влияние степени сужения струи оценено теоретически для случая истечения газа через плоское сопло и существенно только при $n < 3$. Результаты расчетов для плоского сопла аппроксимируются зависимостью

$$\mu_{00} = 1 - 1,11\,(1 - \mu_{0\infty})\sqrt{\frac{a-1}{a-0,5}}, \qquad (3.25)$$

где $a = d_0/d_m$; $\mu_{0\infty}$ – предельное значение коэффициента расхода при увеличении a.

Зависимость (3.25) можно распространять и на случай истечения газа через круглое отверстие и насадок.

Наибольшее влияние на численные характеристики истечения газа оказывают его физические свойства, качественное влияние которых можно оценивать через показатель изэнтропы k, и диаметр отверстия истечения. Известно, что с увеличением k значение x^{**} заметно уменьшается, а значение коэффициента μ^{**} растет. Ориентировочно характеристики истечения могут быть оценены на основе данных, приведенных в работе [3]. Для более точного определения характеристик истечения необходимы опытные данные для конкретного газа, так как физические свойства среды влияют на них не только через величину k. Такие опыты для порохового газа были проведены Барановым В.В. на специальной

установке. Результаты опытов представлены на рис.3.9 и аппроксимированы при $x_н \leq x^{**} - \mu = \mu^{**} = const$; при $x_н \leq x^{**}$ и $\mu = \mu^{**} = const$ · формулой

$$\mu = \frac{(\mu^{**})^3}{(\mu^{**})^2 - (x_н - x^{**})^2} - 0{,}1 \sin\left[5(1 - x^{**})(x_н - x^{**})\right],$$

где x^{**}, μ^{**} зависят от диаметра отверстия истечения.

В докритическом режиме истечения $\mu = \mu^{*} = const$, а влияние противодавления характеризуется функцией Y .

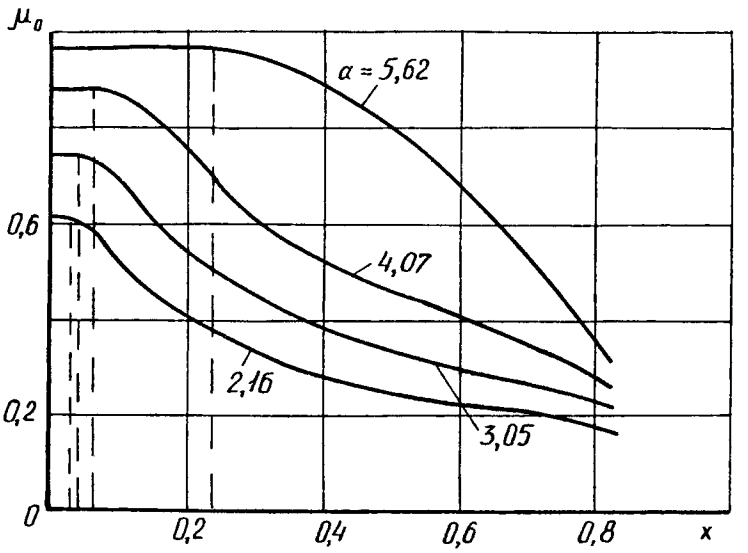


Рис.3.9. Опытные зависимости $\mu(x)$ для различных диаметров отверстия истечения

Переменное значение коэффициента расхода неудобно, так как приводит к усложнению расчетов и к невозможности конечного аналитического решения, если таковое необходимо. Поэтому значения коэффициента расхода рекомендуется усреднять либо по участкам (фазам истечения), либо в течении всего периода истечения. Лучше всего осреднение производить по всему сверхкритическому (критическому) режиму истечения, распространяя среднее значение коэффициента расхода и на докритической режим, влияние которого на расход газа меньше. Характеристики истечения порохового газа x^{**}, μ^{**} и среднее для сверхкритического

режима значения коэффициента расхода $\mu_{0\infty}$ подсчитанные на основании опытных данных (см.рис.3.9) приведены в табл.3.2.

Таблица 3.2

Значения характеристик истечения порохового газа через круглое отверстие

d, мм	x^{**}	μ^{**}	$\mu_{0\infty}$
2	0,030	0,600	0,29
3	0,038	0,730	0,43
4	0,060	0,850	0,57
5	0,I40	0,926	0,7I
6	0,300	0,966	0,84

3.5. ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА ИЗ ПРОТОЧНОГО РЕЗЕРВУАРА ЧЕРЕЗ БОКОВОЕ ОТВЕТВЛЕНИЕ

Рассмотренное в параграфе 3.4. истечение газа из сосуда относится к случаю, когда скорость газа в сосуде (резервуаре) совпадает с остью насадка, через который происходит истечение.

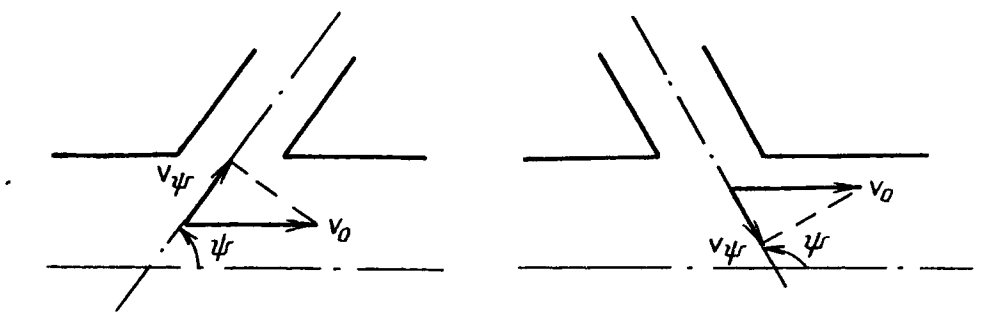


Рис.3.I0.Условная схема отвода газа из проточного резервуара через боковое ответвление

Не менее распространенным случаем в газодинамике автоматического оружия является истечение через насадок, расположенный под углом ψ к скорости газа в резервуаре (рис.3.I0). При истечении газа через боковое ответвление, даже если оно носит одномерный характер (скорости по сечению отводимого потока

одинаковы), секундный расход оказывается меньше идеального, определяемого формулами (3.5), (3.II), так как не весь скоростной напор движущегося газа используется вытекающим потоком. Процесс отвода газа через боковое ответвление, будет определяться двумя параметрами : углом ответвления и скоростью потока в резервуаре в месте отвода, т.е.

$$\mu_\psi = f(\lambda_0, \psi).$$

Простейшая модель, примененная проф. Орловым Б.В. [II], согласно которой начальная скорость отводимого потока равна проекции скорости газа в резервуаре у отверстия на ось бокового ответвления, приводит к следующим зависимостям для коэффициента расхода: для $\psi \geq 90^0$

$$\mu_\psi = \frac{\Phi_2(\lambda_\psi)}{\Phi_2(\lambda_0)} = \left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_0^2}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_\psi^2} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}, \qquad (3.26)$$

для $0 < \psi \leq 90^0$

$$\mu_\psi = \left[\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_\psi^2\right)\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_0^2\right) \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}}, \qquad (3.27)$$

где $\lambda_\psi = \lambda_0 \cos\psi$.

Значение коэффициентов расхода, подсчитанные по формулам (3.26), (3.27), можно подставлять в зависимости (3.I5), (3.I7), выражающие секундный расход через параметры газа в резервуаре. При $\psi = 90^0$ обе формулы дают одинаковые значения коэффициентов расхода, равные

$$\mu_\psi = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_0^2\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}.$$

При отсутствии наружного противодавления обе формулы принципиально применимы для качественного анализа картины истечения через боковое ответствление при любых значениях λ_0 , т.е. при

$$0 < \lambda_0 \leq \lambda_\infty = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}.$$

Наружное противодавление при фиксированных значениях давления и температуры торможения ограничивает применение формул пределами

$$0 < \lambda_0 \leq \lambda_н ,$$

где величина $\lambda_н$ соответствует концу критического режима истечения, но не меняет качественного влияния параметров λ_0 и ψ на расход газа. Из анализа формул (3.26) и (3.27) видно, что коэффициент расхода μ_ψ уменьшается с ростом скорости в резервуаре и угла ответвления ψ. Наибольшее влияние угла ответвления имеет место в районе $\psi = 90^0$; при углах, близких к нулю или к 180^0, это влияние ослабевает.

Таким образом даже в идеальном случае влияние параметров отвода λ_0 и ψ на расход весьма существенно: с увеличением этих параметров секундный расход газа значительно падает, что должно учитываться при расчете газовых устройств автоматического оружия, работающих от отводимого газа.

Формулы (3.26), (3.27) нашли применение при расчете дульных тормозов, где истечение газа происходит через отверстия большого размера (диаметра) при малых относительных длинах каналов l/d. При малых диаметрах отверстий истечения и больших относительных длинах каналов, которые имеют место в ДТУ, влияние параметров отвода на секундный расход газа более существенно и по формулам (3.26) и (3.27) получить удовлетворительные количественные данные не представляется возможным. Это обстоятельство объясняется более сложным характером отвода, чем принятым при выводе формул, при котором действуют помимо описанных в параграфе 3.4 следующие дополнительные факторы, приводящие к понижению расхода:

1. Гидравлические потери (потери полного давления) на входе в боковой канал, возрастающие с увеличением скорости в резервуаре;

2. Трение газа, приводящее к дополнительным гидравлическим потерям и к неравномерному полю скоростей по сечению отводимого потока;

3. Геометрическая неодномерность, связанная с отводом, имеющая место и при отсутствии гидравлических потерь.

Поэтому на практике при расчете ДТУ пользуются обычно эм-

пирическими зависимостями для коэффициента расхода, вида $\mu_{\varphi} = f(\lambda_0, \varphi)$, полученными либо на основании опытных данных, либо на основании газодинамической задачи отвода. Эти зависимости будут даны ниже в методиках расчета конкретных газоотводных устройств.

3.6. ТЕЧЕНИЕ ГАЗА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛООБМЕНА С ВНЕШНЕЙ СРЕДОЙ

Цилиндрический насадок, течение газа в котором происходит при наличии теплообмена с внешней средой, в литературе называют "тепловым" соплом [I2]. Теоретически для такого насадка, как и для геометрического сопла, может быть осуществлен непрерывный переход ускорения теплового потока через скорость звука. Это легко показать с помощью уравнения (I.85), которое только для теплового воздействия примет вид

$$(M^2-1)\frac{dv}{v} = -\frac{k-1}{a^2}(1-\alpha\rho)\,dq_a .$$

Из уравнения видно, что для ускорения дозвукового потока необходим подвод теплоты к газу, для ускорения сверхзвукового потока теплоту следует отводить, т.е. при переходе через скорость звука знак воздействия меняется. Схема теплового сопла представлена на рис.3.II. Она полностью характеризует все возможные случаи теплообмена газового потока с внешней средой.

Получим выражения для параметров газа при течении по "тепловому" соплу. Запишем систему уравнений газодинамики для "теплового" сопла, зафиксировав сечение "I", как начальное и расположенное в дозвуковой области, и сечение "2", как произвольное. При принятых обозначениях система уравнений газодинамики при использовании выражений (I.39), (I.45), (I.56), (I.3), запишется

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 , \qquad (3.28)$$

$$\rho_1 + \rho_1 v_1^2 = \rho_2 + \rho_2 v_2^2 , \qquad (3.29)$$

$$q_{12} = c_p\,(\bar{T}_2 - \bar{T}_1), \tag{3.30}$$

$$\frac{p}{\rho}\,(1 - \alpha\rho) = RT. \tag{3.31}$$

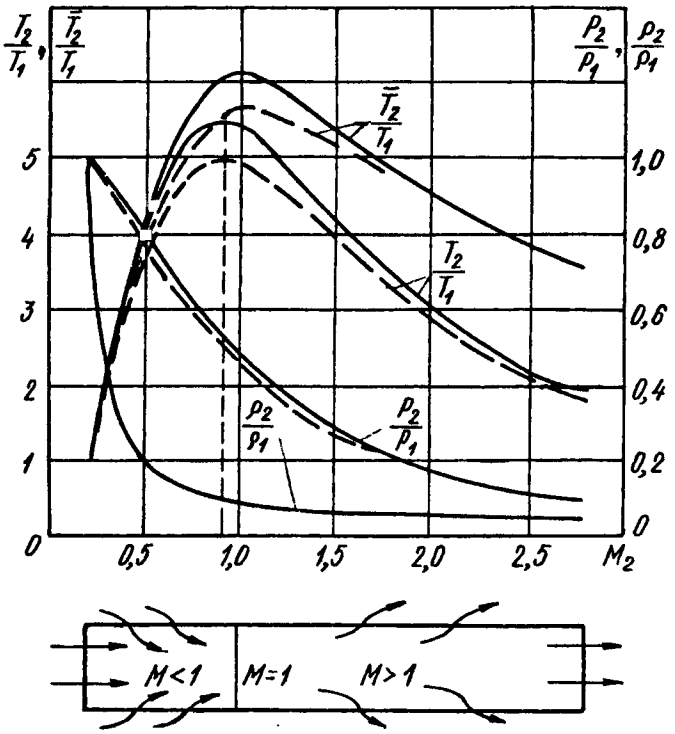


Рис.3.II.Графики изменения отношений термодинамических параметров от числа M_2 для "теплового" сопла при k = I,25 и M_1 = 0,2: (——) $\alpha\rho$ = 0; (– – –) $\alpha\bar{\rho}$ = 0,I5

Из уравнения (3.29) имеем после преобразований

$$p_1\left(1 + k\,\frac{v_1^2}{k\,\frac{p_1}{\rho_1}}\right) = p_2\left(1 + k\,\frac{v_2^2}{k\,\frac{p_2}{\rho_2}}\right)$$

и далее, используя формулу (I.6I) для скорости звука

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + k\,\frac{M_1^2}{1 - \alpha\rho_1}}{1 + k\,\frac{M_2^2}{1 - \alpha\rho_2}}. \tag{3.32}$$

С помощью уравнения (3.28) получим выражение для отношения плотностей

$$\frac{M_2^2}{M_1^2} = \frac{\dfrac{v_2^2}{a_2^2}}{\dfrac{v_1^2}{a_1^2}} = \frac{v_2^2}{v_1^2}\,\frac{\rho_1}{\rho_2}\,\frac{\rho_2}{\rho_1}\,\frac{1-\alpha\rho_2}{1-\alpha\rho_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\,\frac{\rho_1}{\rho_2}\,\frac{1-\alpha\rho_2}{1-\alpha\rho_1},$$

откуда

$$\frac{\rho_2}{\rho_1}\,\frac{1-\alpha\rho_1}{1-\alpha\rho_2} = \frac{M_1^2}{M_2^2}\,\frac{1+k\dfrac{M_2^2}{1-\alpha\rho_2}}{1+k\dfrac{M_1^2}{1-\alpha\rho_1}}. \qquad (3.33)$$

Из уравнения состояния имеем

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1}\,\frac{\rho_1}{\rho_2}\,\frac{1-\alpha\rho_2}{1-\alpha\rho_1},$$

после подстановки выражений (3.32), (3.33) получаем

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{M_2^2}{M_1^2}\,\frac{1+k\dfrac{M_1^2}{1-\alpha\rho_1}}{1+k\dfrac{M_2^2}{1-\alpha\rho_2}}. \qquad (3.34)$$

Формулой (3.34) удобно пользоваться в виде

$$\frac{T_2}{T_1} = A\left(\frac{M_2}{1+k\dfrac{M_2^2}{1-\alpha\rho_2}}\right)^2, \qquad (3.35)$$

где

$$A = \left(\frac{1+k\dfrac{M_1^2}{1-\alpha\rho_1}}{M_1}\right)^2.$$

Выражения (3.32)–(3.34) позволяют определить параметры газа в произвольном сечении потока в функции числа M_2 и при известных параметрах в начальном сечении. Зависимости ρ_2/ρ_1, ρ_2/ρ_1, $T_2/T_1 = f_{1,2,3}(M_2)$, рассчитанные при $\alpha\bar{\rho} = 0$ и $k = 1{,}25$, приведены на рис.3.II. Из рисунка видим, что давление и плот-

ность газа по мере ускорения потока падают. Функция $T_2/T_1 = f_3(M_2)$ является более сложной и имеет максимум, положение которого можно найти, дифференцируя выражение (3.34)

$$\frac{d\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{dM_2^2} = A\frac{d}{dM_2^2}\left(\frac{M_2}{1+k\frac{M_2^2}{1-\alpha\rho_2}}\right)^2 .$$

Приравняв к нулю производную, после преобразований получим

$$M_{2m}^2 = \frac{1-\alpha\rho_2}{k} .$$

Значение M_{2m} всегда меньше единицы, т.е. максимум находится в дозвуковой области. Физически наличие экстремума температуры в дозвуковой области объясняется двояким влиянием подвода теплоты. С одной стороны, вследствие подвода теплоты температура должна возрастать; с другой стороны, при ускорении потока термодинамические параметры, в том числе и температура, должны уменьшаться. Последнее обстоятельство сдвигает экстремум от критического сечения в сторону дозвуковых скоростей.

Для определения числа M_2 в произвольном сечении сопла воспользуемся уравнением энергии (3.30), откуда следует, что каждое сечение характеризуется своей температурой торможения. При этом для каждого сечения остаются справедливыми зависимости (I.75), связывающие статическую температуру с температурой торможения. Выразив отношение $\bar{T}_2/\bar{T}_1$ с помощью зависимости (I.75) и использовав выражение (3.34), получим следующую формулу для отношения температур торможения:

$$\frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_1} = C\left(\frac{M_2}{1+k\frac{M_2^2}{1-\alpha\rho_2}}\right)^2\left[1+\frac{k-1}{2}\frac{M_2^2}{(1-\alpha\rho_2)^2}\right], \qquad (3.36)$$

в которой

$$C = \left(\frac{1+k\frac{M_1^2}{1-\alpha\rho_1}}{M_1}\right)^2\left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2\right)^{-1} .$$

График функции $\bar{T}_2/\bar{T}_1 = f(M_2)$ также дается на рис.3.II; там же приведены зависимости T_2/T_1 и $\bar{T}_2/\bar{T}_1$ в функции числа M_2 для $\alpha\rho = 0{,}15$. Из графиков видно, что параметр $\alpha\rho$ заметно

влияет на значения отношений T_2/T_1 и $\bar{T}_2/\bar{T}_1$. Влияние параметра $\alpha\bar{\rho}$ на другие термодинамические параметры невелико.

Для определения числа M_2 уравнение (3.30) лучше представить в виде

$$\frac{q_{12}}{c_p \bar{T}_1} = \frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_1} - 1 . \qquad (3.37)$$

Подставляя в уравнение (3.37) зависимость (3.36) и зная удельную подведенную теплоту, определим искомое значение числа M_2 и затем все термодинамические параметры. Для идеального газа в формулах (3.32)-(3-35) следует принять $\alpha\rho = 0$. При этом в зависимость (3.36) лучше записать через безразмерную скорость λ, используя переходные формулы (I.8I), и она примет простой вид

$$\frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_1} = \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2}\left(\frac{1+\lambda_1^2}{1+\lambda_2^2}\right)^2 ,$$

а уравнение (3.37) после преобразований запишется как

$$\frac{q_{12}}{c_p \bar{T}_1} = \frac{\lambda_2^2(1+\lambda_1^2)^2 - \lambda_1^2(1+\lambda_2^2)^2}{\lambda_1^2(1+\lambda_2^2)^2} .$$

Все полученные зависимости формально справедливы при любом направлении теплового воздействия. Фактически же подвод теплоты к сверхзвуковому потоку не должен иметь место, так как при этом происходит торможение потока, которое может быть только скачком, в результате чего поток переходит в дозвуковой режим.

Рассмотрим ускорение дозвукового потока при заданных начальных его параметрах. При подводе теплоты к дозвуковому потоку скорость его, а, следовательно, и параметры M_2, λ_2 растут; при некотором значении $q_{12}^*/c_p\bar{T}_1$ скорость, в соответствии с законом обращения воздействий, достигает критического значения. Само критическое значение q_{12}^* определится из формул (3.36) и (3.37) при $M_2 = I$

$$\frac{q_{12}^*}{c_p \bar{T}_1} = C \frac{1 + \frac{k-1}{2(1-\alpha\rho_2^*)^2}}{1 + \frac{k}{1-\alpha\rho_2}}$$

и будет зависеть от числа M_1, т.е. для каждого M_1 существует свое критическое значение теплоты, которое можно подвести к единице массы газа. Выделение теплоты в количестве, превышающем критическое значение, приводит к перестройке потока на входе и к уменьшению скорости, для которой подведенная теплота будет иметь критическое значение. Это явление называется "теловым сопротивлением" или "тепловым кризисом". Нетрудно видеть, что значение $q_{12}^*/c_p \bar{T}_1$ растет при уменьшении M_1 и при $M_1 \to 0$ получаем $q_{12}^*/c_p \bar{T}_1 \to \infty$, т.е. покоящийся газ может воспринять бесконечно большое количество теплоты при условии сохранения его физических свойств.

3.7. ТЕЧЕНИЕ ГАЗА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ

Трение является односторонним воздействием, при котором в соответствии с законом обращения воздействий непрерывный переход через скорость звука невозможен. В рассматриваемом случае ($dq_a = 0$, $dl_T = 0$, $ds = 0$) закон обращения воздействий принимает вид

$$(M^2-1)\frac{dv}{v} = -\frac{1}{a^2}\left(1 + \frac{k-1}{1-\alpha\rho}\right) dl_r . \qquad (3.38)$$

Из уравнения (3.38) следует, что движение дозвукового потока будет ускоренным, движение сверхзвукового потока – замедленным.

Получим зависимости, определяющие изменение параметров потока в функции от числа M или безразмерной скорости λ. Для этого рассмотрим два сечения. Параметры газа в начальном сечении, за которое в принципе можно взять любое фиксированное сечение, обозначим с индексом "I", параметры газа в текущем сечении – с индексом "2".

Так как при течении газа с учетом трения обмен энергией с внешней средой отсутствует, то из условия постоянства его

температуры в заторможенном состоянии $\bar{T}_2 = \bar{T}_1$ применив уравнение (I.75), получим

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}{1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2} \quad . \tag{3.39}$$

Для отношения скоростей, использовав выражение (I.6I) для скорости звука

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{M_2}{M_1}\frac{a_2}{a_1} = \frac{M_2}{M_1}\frac{1-\alpha\rho_1}{1-\alpha\rho_2}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

и уравнение (3.39), получим

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\bar{M}_2}{\bar{M}_1}\sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}{1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}} \quad .$$

Из уравнения неразрывности $\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$ найдем отношение плотностей

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\bar{M}_1}{\bar{M}_2}\sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}{1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}} \quad . \tag{3.40}$$

И наконец, из уравнения состояния получим зависимость для отношения давлений

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{1-\alpha\rho_1}{1-\alpha\rho_2}\frac{T_2}{T_1} = \frac{M_1}{M_2}\sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}{1 + \frac{k-1}{2}M_2^2}} \quad . \tag{3.4I}$$

Из анализа формул (3.39)-(3.4I) видно, что с ростом числа M_2, давление, плотность и температура газа падают. Это означает, что трение в дозвуковом потоке ведет к падению термодинамических параметров, в сверхзвуковом потоке - к их возраста-

нию. При течении газа с учетом трения представляет интерес зависимость для отношения полных давлений, которая получается с помощью формул (I.76) и (3.4I)

$$\frac{\bar{\rho}_2}{\bar{\rho}_1} = \frac{M_1}{M_2}\left(\frac{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} = \frac{\bar{\rho}_2}{\bar{\rho}_1}\,\frac{1-\alpha\bar{\rho}_1}{1-\alpha\bar{\rho}_2} \quad . \tag{3.42}$$

Потери полного давления будут тем больше, чем больше ускоряется дозвуковой или тормозится сверхзвуковой потоки. Падение полного давления в движущемся потоке без обмена энергией с внешней средой непременно сопровождается ростом энергии. Чтобы доказать это математически, воспользуемся уравнением (I.3I), которое целесообразно с помощью уравнений (I.75) и (I.76) записать через параметры газа в заторможенном состоянии. Так как в нашем случае $\bar{T} = const$, то

$$\frac{s_2 - s_1}{R} = \ln\frac{\bar{\rho}_1}{\bar{\rho}_2} \quad . \tag{3.43}$$

Уравнение (3.43) справедливо для любых энергетически изолированных процессов. Так как все эти процессы происходят в замкнутой системе и согласно второго начала термодинамики энтропия в этих процессах может только возрастать, это возрастание будет сопровождаться обязательно понижением полного давления. К таким процессам относятся движение газа в трубах и насадках с учетом трения, течение газа через местные сужения и расширения сечения. Все они являются адиабатическими, но не изэнтропическими, и поэтому не подчиняются уравнению адиабаты Пуассона. Вычисление энтропии в задачах о движении газа без теплообмена с внешней средой имеет контролирующее значение. Зависимость же для отношения полных давлений имеет не только контролирующее, но и самостоятельное значение, так как при изучении конкретных течений падение полного давления может быть замерено экспериментально. Графики зависимостей отношений термодинамических параметров в функции числа M_2 , рассчитанные для идеального газа, приведены на рисунке 3.I2.

Для определения параметров в произвольном сечении насадка нужно знать скорость газа, которую получим из закона обращения воздействий, записанного в виде уравнения (3.12). Для решения уравнения необходимо задать работу трения, которая обычно считается пропорциональной кинетической энергии газа, т.е.

$$dl_r = \xi \frac{v^2}{2} \frac{dx}{d} , \qquad (3.44)$$

где ξ – коэффициент сопротивления, определяемый из опыта или задаваемый, как рекомендовано в параграфе 2.3.; d – диаметр трубы.

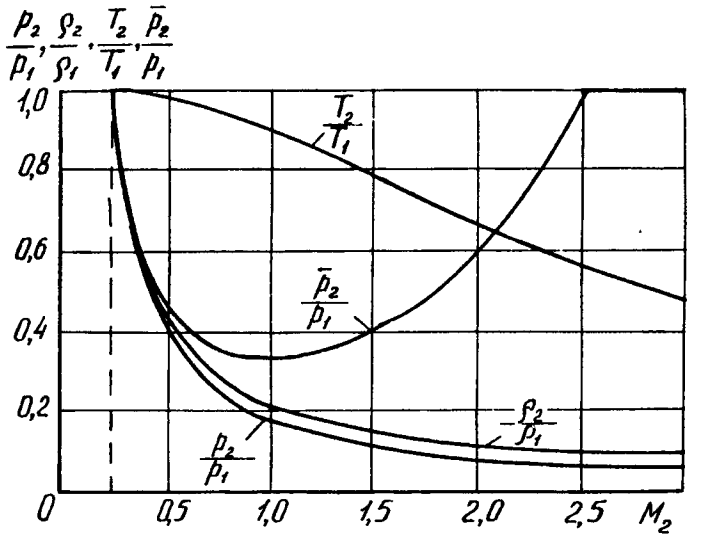


Рис.3.12.Графики изменения отношений T_2/T_1 , ρ_2/ρ_1 , $\rho_2/\bar{\rho}_1$, $\bar{\rho}_2/\bar{p}_1$ от числа M_2 при движении газа с учетом трения ($k = 1{,}25$; $\alpha\bar{\rho} = 0$; $M_1 = 0{,}2$)

При решении задачи примем допущение о постоянстве коэффициента сопротивления. Кроме того,полагаем в уравнении (3.38) параметр $\alpha\rho$ квазипостоянной величиной. Подставляя зависимость (3.44) в уравнение (3.38), представим его в виде

$$\left(\frac{1}{M^2} - 1\right)\frac{dv}{v} = \left(1 + \frac{k-1}{1-\alpha\rho}\right)\xi\frac{dx}{2d} . \qquad (3.45)$$

Так как для энергетически изолированных процессов $T^* = const$, то $a^* = const$ и $dv/v = d\lambda/\lambda = d\bar{\lambda}/\bar{\lambda}$. Тогда, имея ввиду, что $M = \bar{M}(1-\alpha\rho)$ и использовав переходную зависимость (I.82), преобразуем левую часть уравнения (3.45) к виду

$$\left(\frac{1}{M^2} - 1\right)\frac{dv}{v} = \frac{k+1}{2(1-\alpha\rho)^2}\left(\frac{d\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}^3} - c_\rho \frac{d\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}}\right),$$

где

$$c_\rho = \frac{k-1+2(1-\alpha\rho)^2}{k+1} .$$

Проинтегрировав уравнение (3.45) от начального сечения с координатой x_1 до текущего с координатой x_2, получим уравнение

$$\frac{1}{\bar{\lambda}_1^2} - \frac{1}{\bar{\lambda}_2^2} = c_\rho \ln\frac{\bar{\lambda}_2^2}{\bar{\lambda}_1^2} = \chi_r , \qquad (3.46)$$

где

$$\chi_r = \frac{2(1-\alpha\rho)^2}{k+1}\left[1 + \frac{k-1}{1-\alpha\rho}\right]\xi\frac{x_2 - x_1}{d} .$$

При $\alpha\rho = 0$ уравнение (3.46) принимает обычно приводимый в работах [I,I2] вид

$$\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_2^2} - \ln\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2} = \chi_M , \qquad (3.47)$$

где

$$\chi_M = \frac{2k}{k+1}\xi\frac{x_2 - x_1}{d} .$$

Решив трансцендентное уравнение (3.46), мы определим значение $\bar{\lambda}$, по которому с помощью переходной зависимости (I.82) найдем числа $\bar{M}$ и $M = \bar{M}(1-\alpha\rho)$. Поскольку величина χ_r пропорциональна произведению длины трубы $x_2 - x_1$ на коэффициент

сопротивления ξ , ее называют приведенной длиной. Доказано [I2], что при фиксированном значении скорости газа на входе в трубу и переменном λ_2 величина χ_r проходит через максимум. Кривые изменения безразмерной скорости λ_2 от приведенного сопротивления χ_r для различных значений λ_1 показаны на рис.3.I3. Из рисунка видно, что при установившемся течении для каждого значения λ_1 существует свое предельное значение χ_r, при котором достигается скорость, равная скорости звука, причем при одной и той же длине трубы каждому дозвуковому значению λ_1 соответствует сверхзвуковое значение.

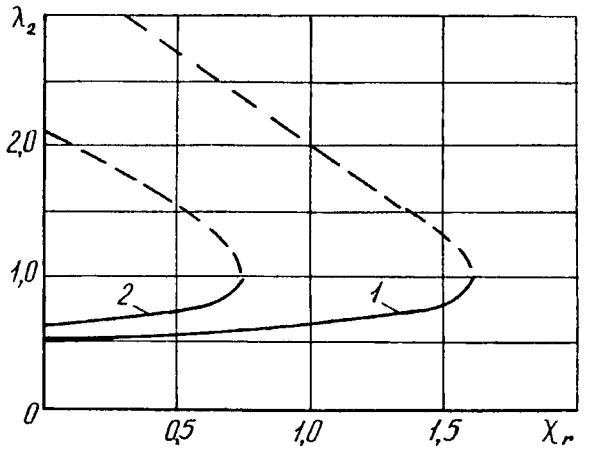


Рис.3.I3.Зависимость безразмерной скорости λ_2 от приведенной длины трубы χ_r при $\lambda_1 = 0{,}5$ (I); $\lambda_1 = 0{,}6$ (2)

Значения λ_1 можно получить из уравнений (3.46), (3.47), полагая в них $\lambda_2 = I$. Дальнейшее увеличение длины трубы, как и в случае "теплового" сопла, приведет к перестройке потока на входе в трубу, т.е. к уменьшению скорости дозвукового потока или к увеличению скорости сверхзвукового потока. Это явление характеризует общее свойство стационарных течений газа, выражающееся в перестройке потока для удовлетворения предельным условиям. Уменьшение скорости дозвукового потока на входе приводит к уменьшению расхода газа, и, следовательно, к уменьшению сопротивления, что в свою очередь вызывает увеличение скорости и расхода. В таких условиях возможно установление пульсирующего режима течения.

Приведенные выше формулы и графики справедливы для случаев плавного торможения сверхзвукового потока вплоть до кризиса при $\lambda_2 = 1$ на выходе из трубы. Между тем известно, что торможение сверхзвукового потока возможно только путем скачка уплотнения. В рассматриваемом случае скачок уплотнения возникает при входе сверхзвукового потока в трубу и представляет собой прямой скачок, после которого поток перейдет в дозвуковой режим. Поэтому кривые, характеризующие сверхзвуковые значения (см.рис.3.13), являются нереальными. Сам скачок можно рассматривать как дополнительное сопротивление, сконцентрированное в некотором сечении канала, которое можно включить в общую величину χ_μ. Подробнее вопрос о течении сверхзвукового потока с трением изложен в работе [12] .

3.8. ТЕЧЕНИЕ ГАЗА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ С ВНЕЗАПНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ СЕЧЕНИЯ

В автоматическом оружии часто встречаются ступенчатые газопроводы; в них может иметь место внезапное расширение или внезапное сужение потока. Течение газа с внезапным изменением сечения даже при отсутствии теплообмена с внешней средой относится к неизэнтропическим течениям, так как при этом часть кинетической энергии движущегося газа затрачивается на приведение в движение его в вихревых зонах, на смешивание потоков и в конечном счете, необратимо переходит во внутреннюю энергию. Резкое изменение сечения потока приводит поэтому к изменению параметров газа, не подчиняющемуся уравнению изэнтропического процесса. Резкое, внезапное изменение сечения в гидравлике называют местными сопротивлениями. Потери кинетической энергии в местных сопротивлениях обычно выражают в долях скоростного напора

$$\Delta E = \xi_M \frac{v^2}{2},$$

где ξ_M – коэффициент сопротивления, определяемый из опыта для данного вида сопротивления. Как и при течении газа с трением, в местных сопротивлениях имеет место падение полного давления.

Получим основные зависимости для определения параметров газа после протекания его через местное сопротивление, учитывая

два вида воздействия: изменение площади сечения потока от s_1 до s_2 и потери кинетической энергии, аналогичные потерям на трение. Так как течение газа в местных сопротивлениях рассматривается без теплообмена с внешней средой, то отношение температур определится выражением (3.39).

Отношение плотностей найдем из уравнения неразрывности

$$s_1 \rho_1 v_1 = s_2 \rho_2 v_2 ,$$

откуда имеем, учитывая, что $a_1^* = a_2^*$,

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{s_1}{s_2} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{s_1}{s_2} \frac{M_1 a_1}{M_2 a_2} .$$

Используя зависимость (I.6I) для скорости звука и зависимость (3.39), получим

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{1-\alpha\rho_1}{1-\alpha\rho_2} = \frac{s_1}{s_2} \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}} . \qquad (3.48)$$

Отношение давлений определим из уравнения состояния с помощью зависимостей (3.39), (3.48)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{s_1}{s_2} \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}} . \qquad (3.49)$$

Подставив зависимость (3.49) в уравнение (I.76), получим выражение для отношения давлений торможения

$$\frac{\bar{\rho}_2}{\bar{\rho}_1} = \frac{s_1}{s_2} \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}{1+\frac{k-1}{2}M_1^2} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \qquad (3.50)$$

Для изменения энтропии остается справедливым выражение (3.43).

При $s_1 = s_2$ зависимости (3.48)-(3.50) превращаются в формулы (3.40)-(3.42), полученные для течения газа в бесступенчатой трубе с учетом трения.

По зависимостям (3.39), (3.48)-(3.50) можно вычислить термодинамические параметры газа после прохождения через местное сопротивление при известных параметрах в исходном сечении и скорости газа после изменения сечения. Для определения скорости после прохождения через местное сопротивление воспользуемся уравнением (I.85) закона обращения воздействий, которое в рассматриваемом случае, заменяя уравнение количества движения, замыкает систему уравнений газовой динамики и имеет вид

$$(M^2-1)\frac{dv}{v} = \frac{ds}{s} - \frac{1}{a^2}\left(1+\frac{k-1}{1-\alpha\rho}\right) dl_r . \qquad (3.5I)$$

Математически точное решение задачи возможно только при известном выражении для потерь кинетической энергии dl_r и производится путем интегрирования уравнения (3.5I) совместно с зависимостями (3.39), (3.48). Приближенное и достаточно точное для практических целей интегрирование уравнения (3.5I) может быть выполнено, если принять параметр $\alpha\rho$ квазипостоянной величиной, а скорость звука - постоянным средним значением. При этом можно полагать

$$\alpha\rho = \alpha\tilde{\rho} = \frac{\alpha\rho_1 + \alpha\rho_2}{2} \qquad a = \tilde{a} = \frac{a_1 + a_2}{2} .$$

Элементарная работа $dl_r = dl_M$ в уравнении (3.5I) представляет собой потери кинетической энергии при внезапном изменении сечения потока и может быть условно отнесена к удельной кинетической энергии до изменения сечения.

$$dl_M = d\left(\xi_M \frac{v_1^2}{2}\right) . \qquad (3.52)$$

Эта условность должна компенсироваться соответствующим выбором интегрального значения коэффициента сопротивления ξ_M, определяемого опытным путем.

Проинтегрируем уравнение (3.52) при принятых допущениях.

После логарифмирования и дифференцирования зависимости $v = Ma$, получим

$$\frac{dv}{v} = \frac{dM}{M} + \frac{da}{a}. \tag{3.53}$$

Из выражения (I.6I) после дифференцирования имеем

$$\frac{da}{a} = \frac{1}{2}\frac{dT}{T}$$

и затем из уравнения (I.75)

$$dT = -\frac{k-1}{2}\frac{2\bar{M}d\bar{M}}{\left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right)^2}T.$$

Тогда

$$\frac{da}{a} = -\frac{k-1}{2}\frac{\bar{M}d\bar{M}}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2}. \tag{3.54}$$

Интегрируем левую часть уравнения (3.5I), преобразовав ее с помощью выражений (3.53), (3.54)

$$\int(M^2-1)\frac{dv}{v} = \int(M^2-1)\frac{dM}{M} + \int(M^2-1)\frac{da}{a} =$$

$$= \frac{M^2}{2} - \ln M + \frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right) - \frac{k-1}{2}\int\frac{M^2\bar{M}d\bar{M}}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2}.$$

Так как

$$\frac{k-1}{2}\int\frac{M^2\bar{M}d\bar{M}}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2} = \frac{k-1}{2}(1-\alpha\rho)^2\int\frac{\bar{M}^3d\bar{M}}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2} =$$

$$= (1-\alpha\rho)^2\left[\frac{\bar{M}^2}{2} - \frac{1}{k-1}\ln\left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2\right)\right],$$

то после интегрирования в пределах от M_1 до M_2 и преобразований получим

$$\int_{v_1}^{v_2}(M^2-1)\frac{dv}{v} = \ln\frac{M_1}{M_2}\left(\frac{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}{1+\frac{k-1}{2}\cdot\bar{M}_1^2}\right)^{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c}-1\right)},$$

где $c = \frac{k-1}{2(1-\alpha\bar{\rho})^2}$.

Проинтегрируем правую часть уравнения (3.5I). Используя выражение (3.52) и принятые допущения, запишем второй член правой части в виде

$$\int \frac{1}{a^2}\left(1+\frac{k-1}{1-\alpha\rho}\right) a l_r = \frac{c_1}{\tilde{a}^2}\,\xi_M \frac{v_1^2}{2} = 2\xi_M c_1 \frac{M_1^2}{\left(1+\frac{a_2}{a_1}\right)^2},$$

где $c_1 = 1+\frac{k-1}{1-\alpha\tilde{\rho}}$.

Теперь решение уравнения (3.5I) имеет вид

$$\ln\frac{M_1}{M_2}\left(\frac{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}\right)^{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c}+1\right)} = \ln\frac{s_2}{s_1} - 2\xi_M c_1 \frac{M_1^2}{\left(1+\frac{a_2}{a_1}\right)^2},$$

после потенцирования которого получим уравнение для определения скорости после внезапного изменения сечения

$$\frac{M_1}{M_2}\left(\frac{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}\right)^{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c}+1\right)} \exp 2\xi_M c_1 \frac{M_1^2}{\left(1+\frac{a_2}{a_1}\right)^2} = \frac{s_2}{s_1}, \qquad (3.55)$$

решаемое методом последовательных приближений. В первом приближении $a_2/a_1 = 1$.

Рассмотрим частные случаи уравнения (3.55).

I. Течение газа при отсутствии сопротивлений.

При $\xi_M = 0$ уравнение (3.55) примет вид

$$\frac{M_1}{M_2}\left(\frac{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}\right)^{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c}+1\right)} = \frac{s_2}{s_1}. \qquad (3.56)$$

Уравнение (3.56) вследствие принятых допущений внешне отличается от классического решения для геометрического сопла, которое можно получить путем приравнивания расходов в двух сечениях, использовав формулу (3.3)

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{q(\bar{M}_1)}{q(\bar{M}_2)} \,. \qquad (3.57)$$

Однако численные решения, даваемые уравнениями (3.56), (3.57), практически совпадают, несмотря на различие в показателях степени, так как наибольшие отличия в показателе степени имеют место при больших значениях $\alpha\tilde{\rho}$, т.е. при малых скоростях движения газа, когда основание степени близко к единице.

2. Течение идеального газа при отсутствии местных сопротивлений.

Если принять в уравнении (3.56) $\alpha = 0$, то полученное решение

$$\frac{M_1}{M_2}\left(\frac{1+\frac{k-1}{2}M_2^2}{1+\frac{k-1}{2}M_1^2}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} = \frac{s_2}{s_1}$$

в точности совпадает с классическим.

3. Течение газа в цилиндрической трубе при наличии местных сопротивлений.

В этом случае нужно принять в уравнении (3.55) $s_2/s_1 = 1$ и оно примет вид

$$\frac{M_1}{M_2}\left(\frac{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_2^2}{1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_1^2}\right)^{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c}+1\right)} \exp 2k\xi_M\left(\frac{M_1}{1+\frac{a_2}{a_1}}\right)^2 = 1$$

или для идеального газа

$$\frac{M_1}{M_2}\left(\frac{1+\frac{k-1}{2}M_2^2}{1+\frac{k-1}{2}M_1^2}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} = \exp\left[-\frac{2k\xi_M M_1^2}{\left(1+\frac{a_2}{a_1}\right)^2}\right] .$$

При правильном задании численного значения коэффициента $\xi_м$ последние уравнения заменяют уравнения (3.46) и (3.47), полученные для движения газа с учетом трения в бесступенчатой трубе. Для этого необходимо соблюдение равенства

$$\xi_м \frac{v_1^2}{2} = \xi \int \frac{v_2^2}{2} \frac{dx}{d}$$

или

$$\xi_м \frac{2M_1^2}{\left(1+\frac{a_2}{a_1}\right)} = \xi \int \frac{M^2}{2} \frac{dx}{d} .$$

Иногда вместо коэффициента потерь кинетической энергии в местном сопротивлении задается коэффициент потерь полного давления

$$\bar{\xi} = \frac{\bar{p}_1 - \bar{p}_2}{\bar{p}_1} = 1 - \frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1} .$$

В этом случае число M_2 определяется из уравнения (3.50).

Рассмотрим особенности течений в двух частных случаях внезапного изменения сечения – расширения и сужения.

Внезапное расширение. Выделим в газопроводе с внезапным увеличением сечения два контрольных сечения (рис.3.14,а). Сечение I–I вблизи внезапного расширения соответствует невозмущенному потоку, сечение 2–2 располагается после расширения, когда течение установится, т.е. в дальнейшем профиль скорости в сечении не меняется. По литературным данным [4,20] для течения несжимаемой жидкости длина переходного участка составляет 6–10 диаметров уширенной части трубы.

Картина течения газа в переходной части выглядит следующим образом. При внезапном расширении струя вначале не занимает всего сечения, а как бы протекает через застойную зону. Твердую границу между движущимися и покоящимися слоями установить не удается, так как скорость по всей граничной зоне меняется плавно, без скачков. Движение жидкости, при котором два слоя двигались бы друг относительно друга, "скользя" один по другому, является неустойчивым: малейшее возмущение, возникающее на поверхности раздела, ведет к дальнейшему нарастанию воз-

мущений, к разрушению поверхности раздела и перемешиванию частиц струи и застойной зоны. Течение в области смещения поэтому будет вихревым. Эта область будет все время увеличиваться, а ядро невозмущенного потока уменьшаться. Однако и после того, как ядро невозмущенного потока исчезнет, некоторое время происходит изменение профиля скорости и среднего ее значения, сопровождающееся уменьшением интенсивности вихрей. Так как диссипация энергии при турбулентном течении связана с мелкомасштабными пульсациями, рассеивание механической энергии потока происходит, в основном, в области вихревого движения.

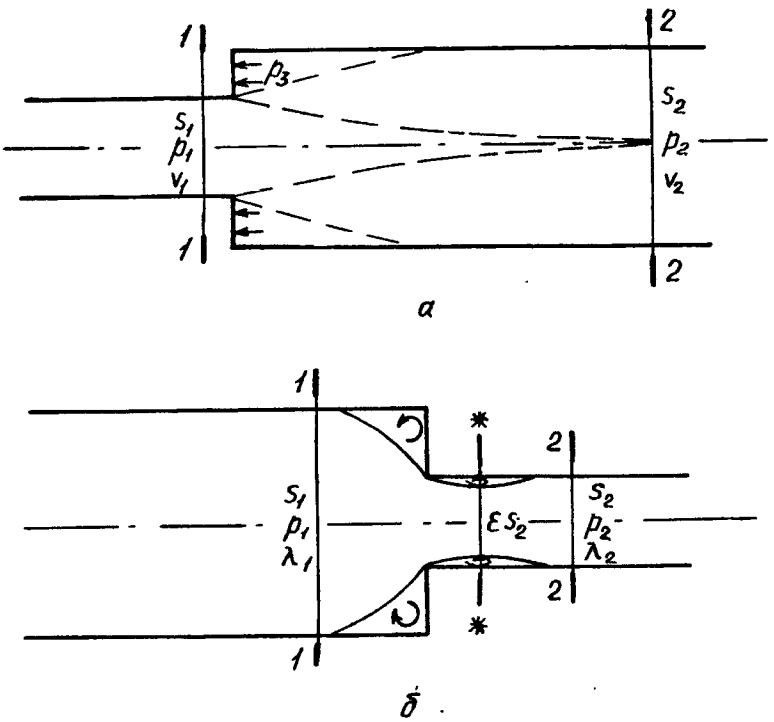


Рис.3.14.Схема течения потока с внезапным изменением его сечения:

а - расширение; б - сужение

При внезапном расширении возможны два качественно различных случая, соответствующих дозвуковому и сверхзвуковому потокам до расширения.

Если поток дозвуковой, то, согласно закона обращения воздействий, он замедляется, и давление при этом возрастает. В этом случае $p_1 < p_3 < p_2$, а наружное противодавление влияет

на течение газа в уширенной части только там, где оно больше расчетного значения давления p_2 . Тогда имеет место равенство $p_2 = p_н$ и падение скорости замедляется.

Если поток до внезапного расширения сверхзвуковой или критический, то при расширении он ускоряется, а давление падает, т.е. $p_1 > p_3 > p_2$. Однако так будет только при отсутствии наружного противодавления, которое качественно влияет на течение после расширения если давление $p_н$ больше расчетного значения p_2 . При этом происходит притормаживание сверхзвукового потока, что ведет к скачку уплотнения и соответствующему изменению параметров газа.

Определение параметров потока после внезапного расширения при известных значениях параметров до расширения может быть произведено путем решения системы уравнений (3.39), (3.48)-(3.50), (3.55). При этом зависимость (3.50) служит в качестве критерия правильности решения: внезапное расширение, как любое неизэнтропическое течение, должно сопровождаться потерями полного давления.

Для решения задачи необходимо иметь значение коэффициента потерь $\xi_м$, которое обычно определяется по эмпирическим зависимостям. Имеющиеся в литературе зависимости для $\xi_м$ получены для относительно небольших скоростей жидкости и базируются на известной формуле Борда-Карно, выведенной для несжимаемой жидкости при $p_3 = p_1$. Эта формула имеет вид [25,26,27]

$$\xi_м = \left(1 - \frac{s_1}{s_2}\right)^2 , \qquad (3.58)$$

если потери отнесены к удельной кинетической энергии до расширения, и вид

$$\xi_м = \left(\frac{s_2}{s_1} - 1\right)^2 , \qquad (3.59)$$

если потери отнесены к удельной кинетической энергии после расширения. В работе [4] формулы (3.58) и (3.59) рекомендуется уточнять на основе экспериментальных данных, например, по формуле

$$\xi_м = K\left(1 - \frac{s_1}{s_2}\right)^2 . \qquad (3.60)$$

Для газа рекомендуется формула Гибсона

$$K = \frac{102,5 + 0,25\, s_2 / s_1 - 0,79\, d_1}{100},$$

в которую диаметр представляют в сантиметрах. Формула справедлива для труб при $1,25 < d < 15$ см и $2 < s_2/s_1 < 12$.

Предпочтительней является формула для развитого турбулентного течения жидкости [4]

$$\xi_м = \left(1 - \frac{s_1}{s_2}\right)^2 + 0,06 - 0,04\,\frac{s_1}{s_2}. \qquad (3.61)$$

Формула (3.61) не содержит размерных параметров и ее можно рекомендовать для расчета внезапного расширения дозвукового потока газа. Принятие определенной зависимости для коэффициента $\xi_м$ означает принятие определенного соотношения между давлением p_3 и давлениями p_2, p_1. Отсутствие достаточно точных и надежных зависимостей для определения коэффициента $\xi_м$ для газов, в особенности для сверхзвуковых течений, привело к появлению упрощенных решений, основанных на допущениях для давления p_3. Например, для дозвуковых течений полагают [25] $p_3 = p_1$; для сверхзвуковых течений $p_3 = p_2$ [11]. При принятии таких, сравнительно грубых допущений решение задачи следует вести как для идеального газа.

Рассмотрим кратко эти решения. Для дозвукового потока на основании уравнения количества движения (I.47), в котором реакции R представлены с помощью формулы (3.7), имеем

$$\frac{k+1}{2k}\, G a^* z(\lambda_2) = \frac{k+1}{2k}\, G a^* z(\lambda_1) + p_1 (s_2 - s_1)$$

и далее после элементарных преобразований

$$z(\lambda_2) = z(\lambda_1) + \frac{2k}{k+1}\,\frac{p_1}{p_1 a^{*2} \lambda_1}\left(\frac{s_2}{s_1} - 1\right).$$

Подставив критическую скорость a^* и заменив отношение $T/\bar{T}$ согласно уравнению (I.78), получим формулу

$$z(\lambda_2) = \frac{1}{\lambda_1}\,\frac{s_2}{s_1} + \lambda_1\left[1 - \frac{k-1}{k+1}\left(\frac{s_2}{s_1} - 1\right)\right], \qquad (3.62)$$

из которой по значению функции $z(\lambda_2)$ найдем значение λ_2.

Для сверхзвукового потока при $\rho_3 = \rho_2$ из уравнения количества движения имеем

$$z(\lambda_2) = z(\lambda_1) + \frac{2k}{k+1} \frac{\rho_2}{\rho_2 a^{*2} \lambda_2} \left(1 - \frac{s_1}{s_2}\right) .$$

и затем после преобразований, раскрыв функцию $z(\lambda_2)$, получим квадратное уравнение

$$\varepsilon \lambda_2^2 - z(\lambda_1)\lambda_2 + \frac{s_1}{s_2} = 0,$$

где

$$\varepsilon = 1 + \frac{k-1}{k+1}\left(1 - \frac{s_1}{s_2}\right).$$

Решение этого уравнения, отвечающее физическому смыслу задачи, будет

$$\lambda_2 = \frac{z(\lambda_1) + \sqrt{z(\lambda_1)^2 - 4\varepsilon \frac{s_1}{s_2}}}{2\varepsilon} .$$

Однако для течения газа по газопроводу в сверхзвуковом режиме решение вряд ли возможно, хотя и применяется некоторыми авторами при критическом режиме течения в начальном сечении [I]. В самом деле, при критическом течении газа в цилиндрическом газопроводе до внезапного расширения, скорость потока, вследствие потерь на теплоотдачу, будет всегда падать, и поэтому режим течения потока перед внезапным расширением будет дозвуковым. Вследствие этого для цилиндрических ступенчатых газопроводов лучше применять решение для дозвукового режима течения перед расширением. Заметим, что оба рассмотренные допущения ведут к увеличению коэффициента потерь энергии, т.е. не могут нарушить физики течения. Например, допущение $\rho_3 = \rho_2$ для сверхзвукового течения приводит к уменьшению давления на заплечики, к уменьшению количества движения после внезапного расширения, а следовательно, к увеличению потерь кинетической энергии.

Пример 3.I. Определить скорость течения и изменение параметров после внезапного расширения для следующих данных:

$$\alpha \bar{\rho}_1 = 0,2 \; ; \quad \frac{s_2}{s_1} = 4 \; ; \quad \lambda_1 \approx 1 .$$

Решение. По формуле (3.6I) определяем коэффициент потерь

$$\xi_м = \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2 + 0,06 - 0,04 \cdot \frac{1}{4} = 0,61.$$

Из таблиц газодинамических функций [27] $\alpha\rho_1 = \alpha\rho_1^* = 0,115$. В первом приближении $\alpha\tilde{\rho} = \alpha\rho_1$; $a_2/a_1 = 1$;

$$c = \frac{k-1}{2(1-\alpha\tilde{\rho})^2} = \frac{0,125}{(1-0,115)^2} = 0,159;$$

$$c_1 = 1 + \frac{k-1}{1-\alpha\tilde{\rho}} = 1 + \frac{0,25}{1-0,115} = 1,282;$$

$$\xi_м c_1 = 0,61 \cdot 1,282 = 0,781;$$

$$\exp 2\xi_м c_1 \frac{M_1^2}{\left(1+\frac{a_2}{a_1}\right)^2} = \exp\frac{2 \cdot 0,61 \cdot 1,282}{4} = 1,477.$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c}+1\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{0,159}+1\right) = 3,64.$$

Из уравнения (3.55), полагая $\frac{k-1}{2}\bar{M}^2 = cM^2$, находим число M_2

$$\frac{1}{M_2}\left(\frac{1+0,159}{1+0,159}\right)^{3,64} 1,477 = 4; \quad M_2 = 0,225$$

(Значение M_2 для изэнтропического течения равно 0,I49).

Отношение полных давлений

$$\frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1} = \frac{1}{4}\,\frac{1}{0,225}\left(\frac{1+0,159 \cdot 0,225^2}{1+0,159}\right)^{4,5} = 0,572$$

Из уравнения (3.48), полагая

$$\bar{M}_2 \cdot \frac{M_2}{1-\alpha\tilde{\rho}} = 0,254;$$

$$\bar{M}_1 = \frac{M_1}{1-\alpha\rho^*} = \frac{1}{0,885} = 1,130,$$

находим

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{4}\ \frac{1,130}{0,254}\ \sqrt{\frac{1+0,125\cdot 0,254^2}{1+0,125\cdot 1,130^2}} = 1,038$$

$$\alpha\rho_2 = 1,038\ ;\quad \alpha\rho_1 = 0,119\ ;\quad \alpha\tilde{\rho} = \frac{\alpha\rho_1 + \alpha\rho_2}{2} = 0,117.$$

Изменение плотности и параметра $\alpha\rho$ несущественно. Из уравнения состояния

$$\frac{\alpha\bar{\rho}_2}{1-\alpha\bar{\rho}_2} = \frac{\bar{\rho}_2}{\bar{\rho}_1}\ \frac{\alpha\bar{\rho}_1}{1-\alpha\bar{\rho}_1} = 0,572\ ;\ \frac{0,2}{0,8} = 0,443;\quad \alpha\bar{\rho}_2 = 0,125.$$

Из формулы (I.69) $\alpha\rho_2^* = 0,076$. С помощью формулы (I.65) найдем изменение скорости звука и критической скорости

$$\frac{a_2^*}{a_1^*} = \sqrt{\frac{(1-\alpha\rho_1^*)^2 + \frac{k-1}{2}}{(1-\alpha\rho_2^*)^2 + \frac{k-1}{2}}} = \frac{(1-0,115)^2 + 0,125}{(1-0,076)^2 + 0,125} = 0,960$$

Из уравнения (3.39) и зависимости (I.6I)

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1+0,125\cdot 1,130^2}{1+0,125\cdot 0,254^2} = 1,148\ ;$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}\ \frac{1-\alpha\rho_1}{1-\alpha\rho_2} = \sqrt{1,148}\ \frac{0,885}{0,881} = 1,076\ .$$

Изменение параметров a, a^* при внезапном расширении не превышает I0% и должно учитываться при решении на ЭВМ.

Внезапное сужение. В гидравлике рассматриваются случаи течения газа с внезапным сужением сечения потока [4,25], из которых нас интересует один (рис.3.I4,б), представляющий собой разновидность истечения газа через отверстие с острыми кромками. Течение газа с внезапным сужением носит более сложный характер, чем при внезапном расширении, так как переходная зона захватывает как широкую трубу, так и узкую.

Возьмем в потоке два характерных сечения. Сечение I–I принадлежит невозмущенному потоку в месте начала его сужения; сечение 2–2 принадлежит окончательно сформировавшемуся после сужения потоку, когда скорости по сечению выравнялись. Гидравлические потери будут иметь место как в области между сечением I–I и заплечиками, так и в узкой трубе. При расчете течения с внезапным сужением сечения возможны несколько случаев задания исходных данных, из которых рассмотрим два.

Случай I. Дано значение коэффициента потерь ξ_M . В этом случае должны быть заданы параметры газа в сечении I и задача сводится к определению секундного расхода и параметров после сужения. При этом исходим из уравнения (3.55), решив которое совместно с уравнением (3.48), найдем число M_2 и плотность ρ_2 . Остальные параметры определим из уравнений (3.39),(3.49), (3.50), а секундный расход найдем по формуле (3.33). Коэффициент потерь ξ_M может быть найден из опытных данных. В гидравлике [4] даются значения коэффициента потерь для различных случаев захода потока в суженную трубу, которые аппроксимируются формулой

$$\xi_M = \xi_1 \left(1 - \frac{s_2}{s_1}\right), \qquad (3.63)$$

где ξ_1 – коэффициент, зависящий от условий захода в суженную трубу. Если узкая труба не заходит в широкую, $\xi_1 = 0,5$. С возрастанием скорости течения точность формулы (3.63) падает. Опытных данных по значениям ξ_M при скоростях течения, соизмеримых со скоростью звука, в литературе нет. При больших скоростях течения [I8]

$$\xi_M = f\left(M_1, Re, k, \frac{s_2}{s_1}\right),$$

причем влияние числа Рейнольдса с ростом скорости должно падать. Поэтому для газов лучше исходить из значений коэффициента потерь полного давления $\sigma = \bar{p}_2 / \bar{p}_1$ или коэффициента расхода, который задается, например, формулой (3.25).

Случай 2. Задано значение коэффициента расхода μ_{00}, т.е. пропускная способность узкой трубы. В этом случае необходимо знать параметры торможения перед сужением. Определению подлежат параметры потока до и после сужения и коэффициент потерь

полного давления. Число M до сужения при сверхкритическом режиме определим из условия равенства расходов, выражаемых формулами (3.3) и (3.I5). Так как потери на теплоотдачу отсутствуют и $(\mu s) = \mu_{00} s_2$, то без учета коволюма

$$k_0 \frac{\bar{p}_1 q(M_1) s_1}{\sqrt{R\bar{T}}} = k_0 \mu_{00} s_2 \frac{\bar{p}_1}{\sqrt{R\bar{T}}},$$

откуда

$$q(M_1) = \frac{\mu_{00} s_2}{s_1}. \qquad (3.64)$$

Давление и температуру до сужения найдем из уравнений (I.75) и (I.76).

Для определения потерь полного давления выразим расход в сечении 2 по формуле (3.3)

$$G = k_0 \frac{\bar{p}_2 q(M_2) s_2}{\sqrt{R\bar{T}}}$$

и приравняем его расходу по формуле (3.I5), имея в виду, что $\bar{p}_2 = \chi \bar{p}_1$, где χ – коэффициент потерь полного давления, вычисляемый по формуле (3.50). Тогда получим уравнение

$$\mu_{00} = \chi q(M_2), \qquad (3.65)$$

которое решается совместно с уравнениями (3.48) и (3.50).

Заметим, что задача о внезапном сужении потока имеет смысл только для дозвукового режима течения газа в широкой трубе, так как сверхзвуковой поток скачком перейдет в дозвуковой. При расчете газовых трактов с внезапным сужением полезны некоторые приближенные гидравлические соотношения, связывающие коэффициент расхода, коэффициент потерь ξ_M и коэффициент потерь полного давления. Из зависимости (3.59), рассматривая потери при сужении как потери при внезапном расширении от сечения εs_2, имеем

$$\xi_M = \left(\frac{1}{\mu_{00}} - 1\right)^2. \qquad (3.66)$$

В формуле (3.66) коэффициент $\xi_м$ относится к скорости после сужения потока, а при выводе ее принято $\mu_{00} = \varepsilon$.

Применив уравнение Бернулли в форме (I.50) и полагая, что потери полного давления имеют место за счет потерь скоростного напора, имеем

$$\bar{p}_1 - \bar{p}_2 = \xi_м \frac{\rho v_2^2}{2},$$

откуда, используя зависимость (I.62), получим

$$\chi = 1 - \frac{k\xi_м}{2} M_2^2 \frac{p_2}{\bar{p}_1}.$$

При критическом режиме течения получим с помощью формулы (I.7I)

$$\chi = 1 - \frac{k\xi_м}{2} M_2^2 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}. \qquad (3.67)$$

3.9. ПЕРЕТЕКАНИЕ ГАЗА ИЗ ОДНОГО РЕЗЕРВУАРА ПОСТОЯННОЙ ВМЕСТИМОСТИ В ДРУГОЙ

Пусть имеются два резервуара постоянной вместимости, соединенные между собой газопроводом (рис.3.I5). Начальная масса газа в первом резервуаре ω_{01} начальные средние по резервуару давление и температура p_{01}, T_{01}. Для второго резервуара эти параметры обозначим соответственно $\omega_{02}, p_{02}, T_{02}$. Пусть $p_{01} > p_{02}$.

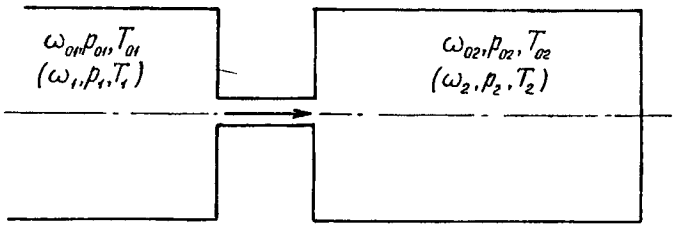


Рис.3.I5.К задаче о перетекании газа из одного резервуара в другой

После открытия дроссельной заслонки начнется истечение газа из первого резервуара во второй и значения массы, давления, температуры в резервуарах будут: $\omega_1, p_1, T_1, \omega_2, p_2, T_2$. Предположим, что все виды потерь в газопроводе и резервуарах отсутст-

вуют, а свойства газов в резервуарах одинаковы. Введем в рассмотрение относительные величины

$$\varepsilon = \frac{\omega_{01}}{\omega_{02}}; \qquad \bar{\eta} = \frac{\Delta\omega}{\omega_{01}}; \qquad \Delta\omega = \int_0^t G\,dt,$$

тогда текущие значения масс газов в резервуарах будут выражены

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_{01}(1-\bar{\eta}), \\ \omega_2 &= \omega_{02}(1+\varepsilon\bar{\eta}). \end{aligned} \tag{3.68}$$

Поставим задачу следующим образом: зная параметры газа в первом резервуаре, найти законы изменения параметров во втором резервуаре в функции относительного расхода $\bar{\eta}$. Решение данной задачи, изложенное в работе [II], позволяет, не определяя законы изменения параметров по времени, установить ряд качественных зависимостей, которые можно использовать при расчете газовых устройств автоматического оружия. Установим, в частности, законы изменения температуры в резервуарах. Для этого запишем уравнение энергии для резервуара I

$$\omega_{01} c_w T_{01} - \int_0^{\Delta\omega} c_p T_1\,d\omega = \omega_1 c_w T_1;$$

для резервуара 2

$$\omega_{02} c_w T_{02} + \int_0^{\Delta\omega} c_p T_1\,d\omega = \omega_2 c_w T_2.$$

Складывая почленно оба уравнения и переходя к относительным величинам, получим

$$T_{02} + \varepsilon T_{01} = \varepsilon(1-\bar{\eta})T_1 + (1+\varepsilon\bar{\eta})T_2. \tag{3.69}$$

Закон изменения температуры в первом резервуаре выведем из уравнения энергии в дифференциальной форме

$$d(c_w T_1 \omega_1) = -c_p T_1\,d\omega,$$

откуда после дифференцирования, перейдя к относительным параметрам, получим

$$-k T_1\,d\bar{\eta} = (1-\bar{\eta})\,dT_1 - d\bar{\eta}\,T_1. \tag{3.70}$$

Здесь использовано равенство $d\omega_1 = -d\omega = -d\bar{\eta}\,\omega_{01}$. Разделив переменные, приведем уравнение (3.70) к виду

$$(k-1)\frac{d\bar{\eta}}{1-\bar{\eta}} = \frac{dT_1}{T_1},$$

интегрируя которое в пределах от 0 до $\bar{\eta}$ и от T_{01} до T_1, получим закон изменения температуры в первом резервуаре

$$T_1 = T_{01}(1-\bar{\eta})^{k-1}$$

или в безразмерной форме

$$\tau_1 = (1-\bar{\eta})^{k-1}, \quad \text{где} \quad \tau_1 = \frac{T_1}{T_{01}}. \tag{3.71}$$

Нетрудно видеть, что $1-\eta = 1-\frac{\Delta\omega}{\omega_{01}} = \frac{\omega_1}{\omega_{01}} = \frac{\rho_1}{\rho_{01}}$. Мы пришли к важному выводу – процесс в резервуаре постоянной вместимости, откуда происходит истечение, подчиняется уравнению адиабаты Пуассона.

Более сложным является закон изменения температуры в резервуаре, куда газ втекает. Разделив уравнение (3.69) на величину T_{02} и подставив в него выражение (3.71), получим для температуры T_2 зависимость

$$\tau_2 = \frac{1+\varepsilon\tau_0\,[1-(1-\bar{\eta})^k]}{1+\varepsilon\bar{\eta}}, \tag{3.72}$$

в которой

$$\tau_2 = \frac{T_2}{T_{02}}, \quad \tau_0 = \frac{T_{01}}{T_{02}}.$$

Из зависимости (3.72) следует, что процесс во втором резервуаре, несмотря на отсутствие энергетических потерь при перетекании, не является изэнтропическим. Можно представить себе лишь единственный случай, для которого процесс во втором резервуаре будет подчиняться уравнению адиабаты Пуассона, когда полное удельное теплосодержание втекающего газа в каждый момент вре-

мени совпадает с удельной внутренней энергией газа в резервуаре. Из уравнения (3.72) видно, что значение τ_2 при наполнении меняется в пределах от $\tau_2 = 1$ при $\bar{\eta} = 0$ до значения $\tau_2 = \frac{1+\varepsilon\tau_0}{1+\varepsilon}$ при $\bar{\eta} = 1$, зависящей от соотношения масс в резервуарах. В работе [II] показано, что между этими значениями функция τ_2 проходит через максимум. Семейство зависимостей $\tau_2 = f(\bar{\eta})$ для различных значений ε (зависимости вычислены при равенстве начальных температур газа в резервуарах) изображено на рис.3.16. Там же приведена зависимость $\tau_1 = (1-\bar{\eta})^{k-1}$. Из рисунка видно, что чем больше значение параметра ε тем выше располагается кривая $\tau_2 = f(\bar{\eta})$, стремясь в пределе к огибающей, определяемой из уравнения (3.72)

$$\tau_{2\infty} = \lim_{\varepsilon\to\infty} \tau_2 = \lim_{\varepsilon\to\infty} \frac{\frac{1}{\varepsilon} + \tau_0\left[1-(1-\bar{\eta})^k\right]}{\frac{1}{\varepsilon} + \bar{\eta}} = \frac{\tau_0\left[1-(1-\bar{\eta})^k\right]}{\bar{\eta}} . \qquad (3.73)$$

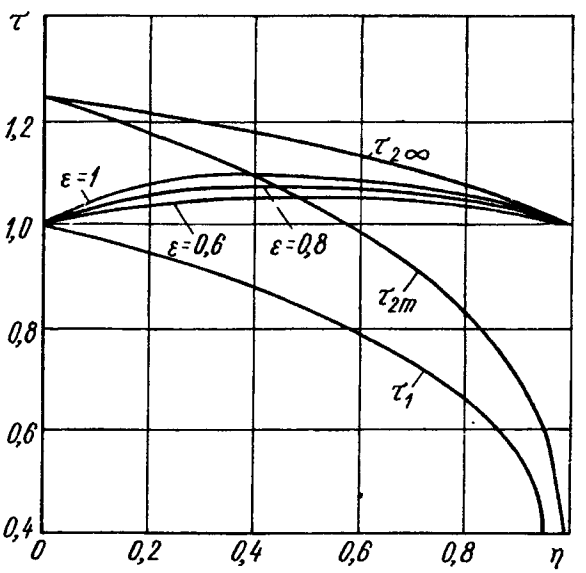


Рис.3.16. Семейство зависимостей $\tau_2 = f(\bar{\eta})$ для различных значений ε при $k = 1{,}25$; $T_{02} = T_{01}$

В начальный момент формула (3.73) дает значение τ_2, определяемое с помощью правила Лопиталя

$$\lim_{\bar{\eta}\to 0} \tau_{2\infty} = \lim_{\bar{\eta}\to 0} \tau_0 \frac{k(1-\bar{\eta})^{k-1}}{1} = k\tau_0 . \qquad (3.74)$$

Это максимально возможное значение температуры во втором резервуаре. Область между кривой, определяемой уравнением (3.73), и кривой, соответствующей выражению (3.71), представляет собой зону, в которой температура во втором резервуаре больше, чем в первом. Это обстоятельство имеет свое физическое объяснение. Так как удельный уход энергии из первого резервуара определяется энтальпией $c_p T_1$, а энергия газа во втором резервуаре – внутренней энергией $c_w T_2$, то втекающие порции газа должны приобретать температуру $T_2 = \frac{c_p}{c_w} T_1$, которая в зависимости от соотношения начальных температур при смешении может понижаться, а иногда и повышаться. В задачах, возникающих при расчете газовых устройств автоматического оружия, представляют интерес некоторые частные случаи перетекания.

Случай I. Втекание газа из резервуара с большой массой газа в резервуар с вакуумом. В этом случае $\varepsilon = \infty$, $\bar{\eta} = 0$, $\varepsilon\bar{\eta} = \Delta\omega/\omega_{02} = \infty$, $T_1 = T_{01}, \tau_1 = 1$. Применив формулу (3.74) получим $T_2 = k T_{01}$, т.е. имеем рассмотренный ранее случай максимально возможной температуры газа во втором резервуаре. Реально этот случай имеет место, когда масса газа во втором резервуаре мала по сравнению с массой втекающих в него газов.

Случай 2. Втекание газа из резервуара с большой массой в резервуар с частичным вакуумом. При этом $\bar{\eta}=0$, $\varepsilon = \infty$, $\varepsilon\bar{\eta} = \frac{\Delta\omega}{\omega_{02}} \neq \infty$, $T_1 = T_{01}$, $\tau_1 = 1$. Из уравнения (3.72) имеем

$$\tau_2 = \lim_{\bar{\eta}\to 0} \frac{1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{02}} \frac{1}{\bar{\eta}} \tau_0 [1-(1-\bar{\eta})^k]}{1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{02}}} .$$

Далее, применив правило Лопиталя, получим

$$\tau_2 = \frac{1 + k \frac{\Delta\omega}{\omega_{02}} \tau_0}{1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{02}}} . \qquad (3.75)$$

Выражение (3.75) представляет собой кривую, асимптотически приближающуюся к прямой $k\tau_0$.

Случай 3. Втекание газа в резервуар с вакуумом. Этот случай является более общим, чем случай I. При этом $\varepsilon = \infty$, $\bar{\eta} \neq 0$, а зависимость τ_2 описывается формулой (3.73). Сравним температуры в резервуарах. Для этого рассмотрим отношение

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\tau_2}{\tau_1}\frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{\tau_2}{\tau_1}\tau_0 .$$

С помощью уравнений (3.7I) и (3.73) имеем при $\tau_0 = 1$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1-(1-\bar{\eta})^k}{\bar{\eta}(1-\bar{\eta})^{k-1}} .$$

При $\bar{\eta} \to 0$ отношение $\frac{T_2}{T_1} = k$ и далее остается все время больше единицы, что легко доказать математически

$$\frac{1-(1-\bar{\eta})^k}{\bar{\eta}(1-\bar{\eta})^{k-1}} = \frac{1}{\bar{\eta}(1-\bar{\eta})^{k-1}} - \frac{1-\bar{\eta}}{\bar{\eta}} = 1 - \frac{1}{\bar{\eta}} + \frac{1}{\bar{\eta}(1-\bar{\eta})^{k-1}} = 1 + \frac{1}{\bar{\eta}}\left[\frac{1}{(1-\bar{\eta})^{k-1}} - 1\right].$$

Поэтому в течение всего процесса перетекания $T_2 > T_1$.

Задача о перетекании газа из одного резервуара в другой рассматривалась при идеальных условиях – отсутствии тепловых потерь и химических реакций в резервуарах и газопроводе. Наличие потерь на теплоотдачу вносит некоторые коррективы в результаты; процесс истечения не будет в общем случае адиабатическим. Температура газа в резервуаре, куда газ втекает, понижается и в зависимости от значения тепловых потерь может быть меньше температуры в первом резервуаре. Тем не менее рассмотренные частные случаи представляют интерес для качественных исследований и как решение в первом приближении.

3.10. ТЕЧЕНИЕ ГАЗА СО СКАЧКОМ УПЛОТНЕНИЯ

При торможении сверхзвуковых потоков в них образуются поверхности разрыва, при прохождении через которые параметры газа меняются скачкообразно: скорость резко уменьшается, а дав-

ление, температура и плотность возрастают. Невозможность плавного торможения сверхзвукового потока исходит из его природы: простые и слабые возмущения (местные уплотнения) вверх по потоку распространяться не могут.

Рассмотрим картину возникновения скачка уплотнения на примере обтекания тела. При дозвуковом обтекании тела (рис.3,17,а) возмущения от головной части тела распространяются вверх по потоку, который заранее перестраивается в соответствии с характером источника возмущений. Скорость потока плавно уменьшается, давление плавно возрастает, линии тока искривляются, поток без скачка обтекает тело.

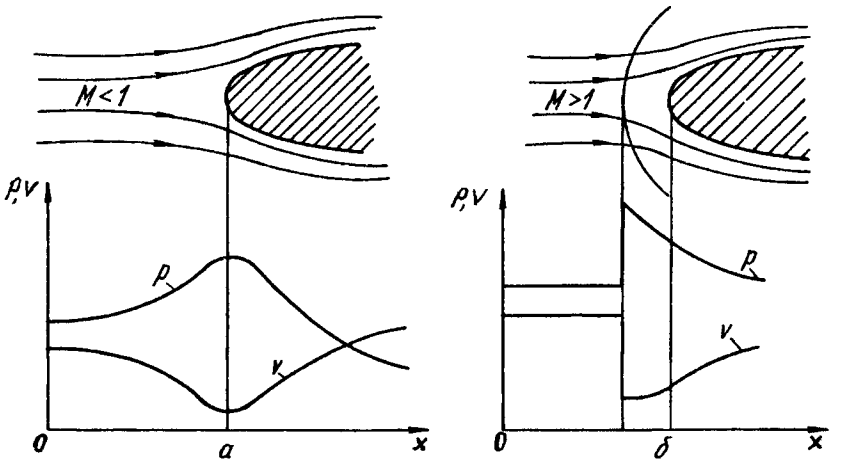


Рис.3.17.К образованию скачка уплотнения

При сверхзвуковом обтекании (рис.3.17,б) возмущения от головной части тела вверх по потоку не распространяются, поток заранее не перестраивается и вблизи обтекаемого тела, вдоль некоторой поверхности, параметры потока меняются резко, скачком: давление возрастает, а скорость падает.

Резкое, скачкообразное изменение параметров сверхзвукового потока при его торможении называется скачком уплотнения. Поверхность, на которой происходит скачкообразное изменение параметров, называется фронтом скачка, а область уплотненного газа за фронтом скачка – ударной волной. После прохождения через скачок линии тока искривляются, и поток плавно обтекает тело.

Скачки уплотнения возникают при любом торможении сверхзвукового потока, при набегании потока на любое препятствие, при втекании в трубу, при помещении в сверхзвуковой поток местного сопротивления, теплового сопротивления и т.д. При прохождении через скачок скорость направленного движения газа падает, а скорость беспорядочного, хаотического движения возрастает, происходит диссипация энергии, энтропия возрастает. Поэтому процесс в скачке не подчиняется уравнению изэнтропы, хотя и является адиабатическим, а обычные уравнения для изэнтропического течения газа в трубах и насадках, рассмотренные в параграфе 3.3, в данном случае неприменимы. Для определения изменения параметров потока при переходе через скачок необходимо решить систему уравнений газодинамики при условиях на границе - фронте скачка.

В зависимости от расположения обтекаемой поверхности по отношению к скорости набегающего потока фронт скачка может располагаться нормально к скорости набегающего потока или под углом. В первом случае скачок называется прямым, во втором случае - косым. Возможна и разновидность косого скачка - волна с криволинейным фронтом: в каждой ее точке изменение параметров подчиняется закономерностям косого скачка, но при местном угле наклона фронта скачка.

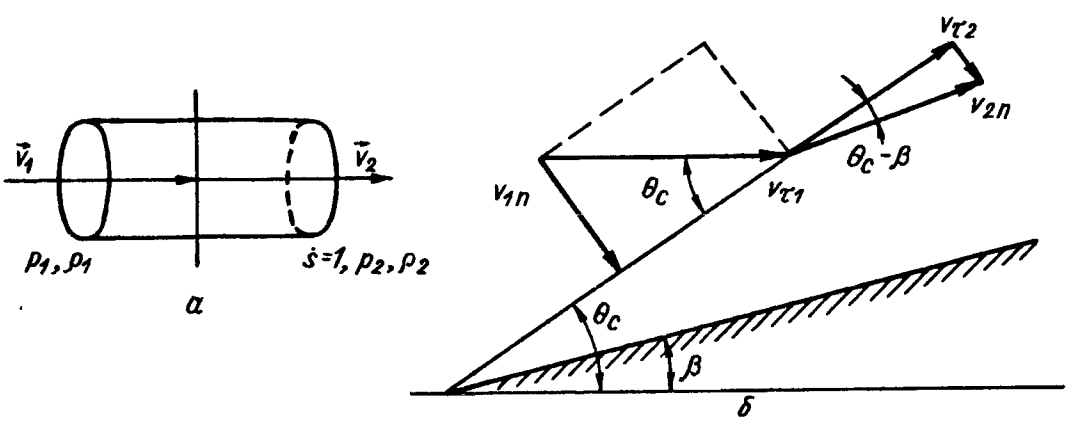


Рис.3.I8.К определению параметров газа после скачка уплотнения

Прямой скачок уплотнения. При прямом скачке (рис.3.I8,а) скорость потока не меняет своего направления. Для определения параметров потока после скачка запишем систему уравнений га-

зодинамики для трубки тока с площадью поперечного сечения $s = 1$

Рассмотрим идеальный, недиссоцинированный газ без источников выделения энергии. При этом физические и термодинамические характеристики газа, а также полная удельная энергия при переходе через скачок не меняются, т.е. $c_p = const$, $\bar{T}_1 = \bar{T}_2 = \bar{T}$, $\bar{i}_1 = \bar{i}_2 = \bar{i}$, $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 = \bar{a}$ и т.д. Тогда уравнения газодинамики, включающие в себя уравнения неразрывности, количества движения, энергии и уравнение состояния будут иметь вид

$$m = \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 ; \tag{3.76}$$

$$\rho_1 + \rho_1 v_1^2 = \rho_2 + \rho_2 v_2^2 ; \tag{3.77}$$

$$\frac{v_1^2}{2} + i_1 = \frac{v_2^2}{2} + i_2 = \bar{i} ; \tag{3.78}$$

$$\rho = \rho R T .$$

Преобразуем уравнение (3.77)

$$\rho_2 - \rho_1 = \rho_1 v_1^2 - \rho_2 v_2^2 = v_1 v_2 (\rho_2 - \rho_1) ,$$

откуда

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = v_1 v_2 . \tag{3.79}$$

Из уравнения (3.78)

$$T = \bar{T} - \frac{v^2}{2 c_p} .$$

Далее, применяя уравнение состояния, запишем

$$\rho = \rho R T = \rho \left(\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}} - \frac{k-1}{2k} v^2 \right)$$

и

$$\rho_2 - \rho_1 = (\rho_2 - \rho_1) \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}} + \frac{k+1}{2k} (\rho_1 v_1^2 - \rho_2 v_2^2) . \tag{3.80}$$

Так как согласно формуле (I.66)

$$a^{*2} = \frac{2k}{k+1} R \bar{T} = \frac{2k}{k+1} \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}} ,$$

то из выражения (3.80) получим

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = a^{*2}. \qquad (3.81)$$

Сопоставив зависимости (3.79) и (3.80), получим известную формулу Прандтля

$$\left.\begin{aligned} v_1 v_2 &= a^{*2} \\ \lambda_1 \lambda_2 &= 1 \end{aligned}\right\}, \qquad (3.82)$$

из которой следует, что поток после прямого скачка становится обязательно дозвуковым.

Получим соотношения для термодинамических параметров. Преобразуем уравнение (3.77)

$$\rho_2 - \rho_1 = \rho_1 v_1 \left(v_1 - \frac{a^{*2}}{v_1}\right) = \rho_1 (v_1^2 - a^{*2}) = \rho_1 a^{*2} (\lambda_1^2 - 1),$$

откуда

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 + \frac{\rho_1}{\rho_1} v_1^2 \frac{\lambda_1^2 - 1}{\lambda_1^2} = 1 + \frac{k M_1^2 (\lambda_1^2 - 1)}{\lambda_1^2},$$

и затем, заменив λ_1 с помощью формулы (I.82), получим

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 + \frac{2k}{k+1}(M_1^2 - 1) = \frac{\lambda_1^2 - \frac{k-1}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2}. \qquad (3.83)$$

Отношение плотностей найдем из уравнения (3.76)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \lambda_1^2 = \frac{k+1}{2} \frac{M_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}. \qquad (3.84)$$

Из уравнений (3.82)–(3.84) следует, что с ростом скорости потока до скачка уплотнения интенсивность скачка возрастает: скорость потока после скачка уменьшается, а давление и плотность возрастают.

Исключив из системы уравнений газодинамики скорость, получим уравнение процесса в скачке уплотнения.

Из уравнения (3.80)

$$v_1^2 - v_2^2 = \frac{2k}{k-1}\left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1}\right)$$

Из уравнения (3.77)

$$v_1^2 - v_2^2 = (p_2 - p_1)\frac{v_1 + v_2}{m} = (p_2 - p_1)\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right).$$

Приравняв правые части выражений, после преобразований получим уравнение

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{k-1}{k+1} + \frac{p_2}{p_1}}{\frac{k-1}{k+1}\frac{p_2}{p_1} - 1}, \qquad (3.85)$$

известное как уравнение ударной адиабаты Гюгонио. Из уравнения (3.85) следует, что $\frac{\rho_2}{\rho_1} \to \infty$ при $\frac{p_2}{p_1} = \frac{k+1}{k-1}$, т.е. повышение плотности для ударной волны сопровождается более интенсивным ростом давления, чем для адиабаты Пуассона (рис.3.I9).

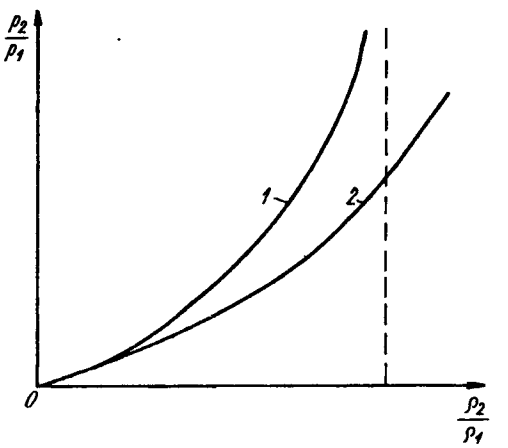


Рис.3.I9.Вид ударной адиабаты Гюгонио:
I – ударная адиабата; 2 – адиабата Пуассона

Запишем еще одно соотношение для прямого скачка – для отношения полных давлений по формуле (I.79), используя зависимость (3.83)

$$\frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1} = \lambda_1^2 \left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2}{1 - \frac{k-1}{k+1}\frac{1}{\lambda_1^2}}\right)^{\frac{1}{k-1}}.$$

Полученное выражение известно как формула Релея. Для любого скачка уплотнения $\frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1} < 1$. Это значит, что согласно формуле (3.43) энтропия в скачке уплотнения возрастает. Формула Релея

позволяет вычислить давление на площадку, расположенную перпендикулярно набегающему сверхзвуковому потоку.

Косой скачок уплотнения. Такой скачок возникает при набегании сверхзвукового потока на плоскость или поверхность, расположенные под углом к нему, и сопровождается изменением направления скорости (рис.3.18,б). В первом случае возникает плоский скачок уплотнения, при обтекании конуса фронт скачка имеет коническую поверхность.

Определим параметры потока после плоского скачка. Разложим скорости потока на две составляющие – тангенциальную, по фронту скачка, и нормальную, перпендикулярную фронту скачка. Тогда

$$v_{1n} = v_1 \sin\theta_c = v_{1\tau}\, tg\,\theta_c\,, \quad v_{1\tau} = v_1 \cos\theta_c\,;$$
$$v_{2n} = v_2 \sin(\theta_c - \beta) = v_{2\tau}\, tg\,(\theta_c - \beta)\,, \quad v_{2\tau} = v_2 \cos(\theta_c - \beta)\,.$$

Так как силы давления вдоль фронта скачка одинаковы, то проекция количества движения на направление фронта неизменна и, следовательно,

$$v_{1\tau} = v_{2\tau} = v_\tau\,.$$

Таким образом, в косом скачке меняется только нормальная составляющая скорости, т.е. косой скачок сводится к прямому, который скосится вбок со скоростью v_τ .

Запишем уравнения газодинамики для косого скачка. Уравнение неразрывности

$$\rho_1 v_{1n} = \rho_2 v_{2n}\,. \tag{3.86}$$

Уравнение количества движения

$$\rho_1 v_{1n}(v_{1n} - v_{2n}) = p_2 - p_1\,. \tag{3.87}$$

Уравнение энергии

$$\bar{T} = T_1 + \frac{v_1^2}{2c_p} = T_2 + \frac{v_2^2}{2c_p}\,.$$

Подставив в уравнение энергии $v_1^2 = v_{1n}^2 + v_\tau^2$, $v_2^2 = v_{2n}^2 + v_\tau^2$, представим его в виде

$$\bar{T} - \frac{v_\tau^2}{2c_p} = T_1 + \frac{v_{1n}^2}{2c_p} = T_2 + \frac{v_{2n}^2}{2c_p}\,.$$

Введем в рассмотрение температуру частичного торможения, когда тормозится только нормальная составляющая скорости,

$$\bar{T}_n = \bar{T} - \frac{v_\tau^2}{2c_p}, \tag{3.88}$$

и перепишем уравнение энергии в виде

$$\bar{T}_n = T_1 + \frac{v_{1n}^2}{2c_p} = T_2 + \frac{v_{2n}^2}{2c_p}. \tag{3.89}$$

Из уравнений (3.86)-(3.89) следует, что все зависимости для прямого скачка справедливы и для косого скачка, если заменить в них скорости на нормальные составляющие их, и формулы (3.82)-(3.84) примут вид

$$v_{1n} v_{2n} = a_n^{*2}, \quad \lambda_{1n} \lambda_{2n} = 1; \tag{3.90}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 + \frac{2k}{k+1}(M_1^2 \sin^2\theta_c - 1); \tag{3.91}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \lambda_{1n}^2 = \frac{k+1}{2} \frac{M_1^2 \sin^2\theta_c}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \sin^2\theta_c}, \tag{3.92}$$

где

$$\lambda_{1n} = \frac{v_{1n}}{a_n^*}, \quad \lambda_{2n} = \frac{v_{2n}}{a_n^*}, \quad a_n^* = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R \bar{T}_n}.$$

Из анализа формул (3.90)-(3.92) следует, что для определения параметров после косого скачка необходимо знать угол наклона фронта скачка θ_c. Угол θ_c найдем с помощью уравнения (3.86), откуда

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{v_{2n}}{v_{1n}};$$

и кинематического соотношения

$$\frac{tg(\theta_c - \beta)}{tg\,\theta_c} = \frac{v_{2n}}{v_{1n}}.$$

Приравняв правые части соотношений, получим уравнение

$$tg(\theta_c-\beta)=tg\,\theta_c\,\frac{k-1}{k+1}\left(1+\frac{2}{k-1}\,\frac{1}{M_1^2\sin^2\theta_c}\right), \qquad (3.93)$$

которое решается методом подбора.

Уравнение (3.93) представляет собой семейство кривых $\theta_c=f(M_1,\beta)$, которое приведено на рисунке 3.20. Из рисунка видно, что каждому значению числа M_1 соответствует свое предельное значение угла наклона скачка $\theta_{c\,пр}$, возрастающее с увеличением числа M_1. При дальнейшем увеличении угла клина β косой скачок перейдет в ударную волну с криволинейным фронтом.

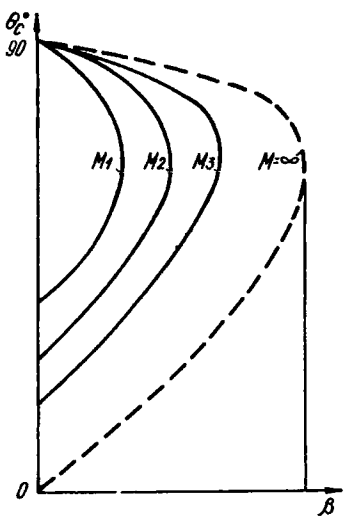


Рис.3.20. Семейство кривых $\theta_c=f(\beta)$ для различных значений числа M до скачка ($M_3>M_2>M_1$)

Кроме того, одному и тому же отклонению потока отвечают два положения фронта скачка – с большим и меньшим углами θ_c. Опыт показывает, что косой скачок с большим углом θ_c, является неустойчивым и переходит в скачок с меньшим углом θ_c, т.е. реальными будут только нижние ветви кривых $\theta_c=f(M_1,\beta)$.

Наименьшее значение угла наклона скачка на кривых соответствует волне слабых возмущений:

$$\sin\theta_0=\frac{1}{M_1}.$$

Другой предельный случай $\theta_c=90^0$. При этом $v_{1n}=v_1$, $v_{2n}=v_2$ и формулы (3.90)–(3.92) перейдут в формулы для пря-

мого скачка. Таким образом, диапазон углов наклона фронта косого скачка $\theta_0 < \theta_c \leq 90^0$. Следует помнить, что из этого диапазона выпадают скачки с углами $\theta_c > \theta_{c\,пр}$ При увеличении скорости потока до скачка и угла отклонения потока в скачке, интенсивность косого скачка возрастает; отношения давлений и плотностей возрастают, скорость после скачка падает, стремясь в пределе к параметрам после прямого скачка.

Однако интенсивность косого скачка при заданных M_1 и β ниже интенсивности прямого скачка, и так как $\lambda_{2n} < \lambda_2$, поток после косого скачка может оставаться сверхзвуковым. Вследствие того, что $\lambda_{1n} < \lambda_1$, коэффициент восстановления давления в косом скачке выше, чем в прямом скачке. Это значит, что косой скачок сопровождается меньшей диссипацией энергии, и в тех случаях, когда необходимо затормозить сверхзвуковой поток с меньшими потерями полного давления, это лучше делать с помощью системы косых скачков, чем одним прямым скачком уплотнения. На этом принципе устроены, например, входные устройства воздушно-реактивных двигателей - сверхзвуковые диффузоры. Гидравлические потери в соплах и трубах при сверхзвуковом течении будут также меньше при косых скачках уплотнения по сравнению с прямыми, которые возникают от шероховатостей, кольцевых площадок, противодавления и т.д.

Косые скачки с плоским фронтом в технике встречаются относительно редко. Однако зависимости для изменения параметров в косом скачке справедливы и для конической ударной волны, образующейся при обтекании конуса. При обтекании конуса угол отклонения потока в скачке меньше, чем при обтекании клина, и скорость потока продолжает меняться и после скачка. Поэтому интенсивность скачка в конической ударной волне меньше, чем в плоской. Угол отклонения потока после скачка в конической ударной волне может быть определен из расчета обтекания конуса сверхзвуковым потоком, приведенного, например, в работе [28] .

Глава 4.
ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА ИЗ КАНАЛА СТВОЛА (ПЕРИОД ПОСЛЕДЕЙСТВИЯ)

4.1. ФИЗИЧЕСКАЯ КАРТИНА ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗА ИЗ КАНАЛА СТВОЛА. ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ

После вылета снаряда из канала ствола пороховые газы некоторое время продолжают воздействовать как на снаряд, так и на ствол. Этот процесс называется периодом последействия. Воздействие газов на снаряд и ствол по своему характеру и продолжительности неодинаковы. Поэтому различают период последействия на снаряд и период последействия на дно канала.

Действуя на снаряд, вытекающие из ствола газы вызывают увеличение его скорости в момент вылета $v_д$. Это увеличение незначительно и по данным некоторых авторов [29] может достигать 2,5% от значения $v_д$. В среднем по данным работы [30] скорость снаряда за период последействия возрастает на $\Delta v_д$ = = 0,5-1,0%. Поправка $\Delta v_д$ может быть оценена аналитически и автоматически учитывается при измерении начальной скорости. Более существенным является неоднообразное воздействие газов на снаряд и его неравномерный сход с нарезов в момент вылета, которые вызывают появление начальных возмущений, дополнительного угла вылета и, как следствие, дополнительного рассеивания снарядов. Влияние последних факторов пока оценивается только экспериментальным путем.

При проектировании автоматического оружия представляет интерес в первую очередь действие вытекающих газов на ствол, которое оказывается весьма значительным и охватывается периодом

последействия на дно канала. Если продолжительность периода последействия на снаряд является довольно неопределенной, так как зафиксировать момент окончания воздействия газов на снаряд практически невозможно, то продолжительность периода последействия на дно канала определяется четко - от момента вылета снаряда из канала ствола до момента, когда давление в стволе сравняется с атмосферным.

За период последействия импульс силы отдачи возрастает на 15-20%; в течение этого времени, а в некоторых случаях и дольше, работают все дульные насадки. Особое значение имеет период последействия для систем, в которых отводимые через отверстие в стенке ствола пороховые газы, используются для приведения в движение автоматики и для торможения ее. Импульс давления за время наполнения камер газовых устройств в равной мере создается как за время движения снаряда по каналу, так и за период последействия, а в стрелковом оружии последняя составляющая является преобладающей. Поэтому при проектировании автоматического оружия необходимо уметь вычислять не только результирующие интегральные характеристики воздействия газов на ствол, но и определять изменение всех параметров по времени.

Период последействия широко освещается в литературе и при довольно разнообразных допущениях. Общим является квазистационарный подход и принятие гипотезы Пиобера о равномерном распределении газопороховой смеси по длине канала ствола. Такой подход является оправданным при термодинамическом (классическом) методе решения основной задачи внутренней баллистики (ОЗВБ), который пока является основным как для автоматического оружия, так и для артиллерийских систем. Существующие методы расчета периода последействия можно разделить на две группы, различающиеся принципиальным положением:

1. В выходном сечении ствола устанавливается критическая скорость и критическое давление, определяемое через давление в канале (Слухоцкий В.Е., Горохов М.С., Толочков А.А.).

2. Другие авторы (Мамонтов М.А., Серебряков М.Е.) считают, что никакого особого состояния при истечении газа из ствола в выходном сечении нет, хотя скорость истечения и равна критической [16,31].

Рассмотрим физическую картину истечения газов из ствола.

После того как снаряд или пуля вышли своей ведущей частью за дульный срез, пороховые газы через быстро увеличивающийся кольцевой зазор между снарядом и стволом устремляются в атмосферу. Время до момента выхода снаряда из канала относительно невелико и им можно пренебречь. Дальнейший характер истечения зависит от состояния газов в выходном сечении ствола, и здесь возможны два случая.

Случай I. Скорость вытекающих газов в момент вылета снаряда меньше местной скорости звука. Тогда возникшее разряжение начинает распространяться внутрь канала, ускоряя постепенно отдельные элементы до скорости, соответствующей критической скорости в дульном срезе. Происходит процесс перестройки течения газов в стволе, сопровождающийся увеличением перепадов давления по длине канала, который заканчивается, когда волна разряжения дойдет до дна канала. При этом скорость газа в дульном срезе возрастает, а скорость звука падает. Для расчета этого процесса необходим подход, при котором законы изменения плотности и скорости газов по длине канала получаются при расчете течения газов, а не являются наперед заданными. Однако простые прикидочные расчеты по зависимостям, приведенным в работе [I6], показывают, что даже при значительном отличии скорости снаряда от скорости звука в дульном срезе среднее давление по длине ствола в конце переходного процесса мало (не более 4%) отличается от среднего давления в стволе в момент вылета.

Случай 2. Скорость вытекающих газов в момент вылета газов больше местной скорости звука. В этом случае волна разряжения не может проникнуть внутрь ствола и газы в стволе продолжают перемещаться ускоренно под действием перепадов давлений по длине канала, имевшихся в момент вылета снаряда. Однако скорость газов в дульном срезе постепенно убывает, убывает и местная скорость звука, но значительно медленнее. Поэтому в некоторый момент, до которого вытечет значительное количество газов,скорость истечения и скорость звука сравниваются и наступает основная фаза истечения.

При расчете истечения газов из канала ствола в рассматриваемом случае необходим газодинамический подход. Принятие гипотезы Пиобера в этом случае означает равномерное движение отдельных слоев газа в стволе, что необходимо для сохранения ли-

нейного закона изменения скорости газов по длине канала, откуда следует изменение закона распределения давлений по длине канала, появление точек разрыва для давлений как в момент вылета снаряда, так и в момент наступления основной фазы истечения.

Таблица 4.I

Параметры газа в стволе в момент вылета снаряда для некоторых образцов автоматического оружия

Система оружия	$T_д$, K	$T_{ср}/T_д$	$v_д$, м/с	$a_д$, м/с	$M_д = v_д/a_д$
I. Автомат АК	I770	0,68	7II	950	0,8I
2. Винтовка СВД ($l_{кн}$ = = 650 мм)	2000	0,63	860	925	0,93
3. Пулемет ПКТ	I970	0,57	880	920	0,96
4. Крупнокалиберный пулемет ДШК	2II0	0,58	870	950	0,90
5. То же КПВ	-	-	990	960	I,03
6. Авиапушка АМ-23	2020	0,70	690	IOI0	0,68
7. Зенитный автомат ВЯ-23	I8I0	0,67	980	880	I,II
8. Авиапушка НР-30	I950	0,64	8I0	9I6	0,88

Для того, чтобы установить возможность появления различных случаев истечения, проанализируем расчетные характеристики газа в момент вылета снаряда из канала ствола для ряда образцов автоматического оружия, приведенные в табл.4.I. Из данных таблицы следует, что для большинства систем имеет место случай I истечения газов. Среди систем только в одной зенитной автоматической пушке ВЯ-23, скорость вылета снаряда заметно превышает скорость звука. Аналогичное явление имеет место и в артиллерийских системах при стрельбе обычными снарядами (кроме подкалиберных).

Исходя из этого можно принять случай I основным при расчете периода последействия автоматического оружия. Случай 2

истечения газов является реальным при применении выстрелов с подкалиберными снарядами, имеющими высокие начальные скорости. Для этого случая можно применять специальные газодинамические методы решения основной задачи внутренней баллистики (ОЗВБ) и расчета истечения газов из канала ствола.

При расчете периода последействия, кроме общепринятых, сделаем следующие допущения:

I. Канал ствола открывается мгновенно.

2. Процесс истечения считаем квазистационарным, при котором рабочий процесс в стволе характеризуется мгновенными значениями параметров.

3. Газ подчиняется уравнению Клапейрона. В любой момент времени для средних значений термодинамических параметров по длине канала имеем

$$p W_{кн} = \omega_t R t ,$$

где $W_{кн}$ - вместимость канала ствола; ω_t - текущая масса газов в стволе.

4. Скорость газа в выходном сечении ствола равна критической в течение всего периода последействия. Переходным участком до установления скорости истечения, равной скорости звука, и конечным участком, когда истечение должно быть докритическим, т.е. когда $p_н / p > \chi^*$, где $p_н$ - атмосферное давление, пренебрегаем.

5. Для газа в стволе принимаем гипотезу Пиобера, согласно которой плотности газа в различных сечениях канала в каждый момент времени одинаковы.

6. Потери на теплоотдачу стенкам ствола учитываем косвенно путем сведения процесса газа в канале к политропическому с постоянным средним значением показателя политропы.

4.2. УРАВНЕНИЕ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА В КАНАЛЕ СТВОЛА

На практике во многих случаях расчет рабочего процесса ведут с помощью уравнения процесса $p = f(\rho)$, которое заменяет одно из уравнений газодинамики - уравнение энергии. Формально любой процесс с обменом энергией с внешней средой можно свести

к политропическому с переменным значением показателя политропы n, дифференциальное уравнение которого

$$\frac{dp}{d\rho} = n\frac{p}{\rho}. \qquad (4.1)$$

Использование уравнения политропы практически целесообразно только при $n = const$, что возможно, если потери на теплоотдачу невелики по отношению к энергии, уходящей из ствола вместе с вытекающим газом. Это условие в период последействия выполняется. Вместе с тем, неучет потерь на теплоотдачу может привести к существенным ошибкам в определении интегральных характеристик периода последействия, в частности, импульса силы отдачи. При выводе зависимости для показателя политропы будем исходить из уравнения первого начала термодинамики, которое запишем для всего объема канала в виде

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dU}{dt} + p\frac{dW}{dt}. \qquad (4.2)$$

Средние термодинамические параметры можно представить как значения давления и температуры, которые установятся, если мысленно остановить процесс истечения, что приведет к выравниванию параметров по длине канала. Этими параметрами будут определяться расход газа и уход энергии из канала вместе с вытекающим газом. Для внутренней энергии всей массы газов в стволе

$$U = c_w T \omega_t,$$

используя уравнение состояния, получим выражение

$$U = \frac{c_w}{R} p W_{кн} = \frac{p W_{кн}}{k-1}.$$

Так как в период последействия $W_{кн} = const$, то из уравнения (4.2) имеем

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{W_{кн}} \frac{dQ}{dt}.$$

Далее, имея в виду, что

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{dp}{dt}\frac{dt}{d\rho} \qquad \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega_t}{W_{кн}}\right) = -\frac{G}{W_{кн}},$$

получим

$$\frac{dp}{d\rho} = -\frac{k-1}{G}\frac{dQ}{dt}. \qquad (4.3)$$

Величину dQ/dt следует рассматривать, как секундный приход (уход) энергии ко всей массе газов в стволе

$$\frac{dQ}{dt} = -c_p T G - \frac{dQ_T}{dt}. \qquad (4.4)$$

При определении удельной полной энергии вытекающих газов и потерь на теплоотдачу будем пренебрегать скоростью движения газов в стволе, что, как будет показано ниже, даст небольшую погрешность. Используем для секундной теплоотдачи стенкам канала уравнение (2.5), которое при средних по длине канала температуре и теплоотдаче имеет вид

$$\frac{dQ_T}{dt} = \alpha_T (T - T_{пов}) S_{кн} = \alpha_T T \gamma_T S_{кн}, \qquad (4.5)$$

где

$$\gamma_T = 1 - \frac{T_{пов}}{T}$$

Подставив зависимости (4.4), (4.5) в уравнение (4.3), получим уравнение

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{p}{\rho}\left[k + (k-1)\frac{\alpha_T}{RG}\gamma_T S_{кн}\right],$$

сравнивая которое с дифференциальным уравнение политропы (4.I), имеем

$$n = k + (k-1)\frac{\alpha_T}{RG}\gamma_T S_{кн}. \qquad (4.6)$$

Для преобразования второго члена уравнения (4.6) используем выражение для теплоотдачи (2.25). Для определения среднего значения теплоотдачи примем

$$\rho v_x = \frac{G_x}{S} = \frac{G_{до}}{2S},$$

где $G_{до}$ – расход газа из канала ствола (в дульном отверстии).

Тогда

$$\frac{\alpha_T}{G} = \frac{\alpha_T}{G_{\partial 0}} = \frac{B}{d^{0,2}} (2s)^{-0,8} G_{\partial 0}^{-0,2}$$

и осредняя секундный расход газа по времени $G_{\partial 0} = G_\partial / 2$, где G_∂ - секундный расход газа из канала ствола в момент вылета снаряда, после элементарных преобразований, зависимость (4.6) примет вид

$$n = k + (k-1) C(T) \left(\frac{d}{G_\partial}\right)^{0,2} \frac{S_{KH}}{s} , \qquad (4.7)$$

где

$$C(T) = \frac{\pi^{0,2}}{2} \frac{B}{R} \gamma_T = 0,180 \cdot 10^{-6} \gamma_T B .$$

Из анализа формулы (4.7), следует, что расход $G_{\partial 0}$ весьма слабо влияет на значение показателя политропы, что допускает его осреднение. Определяющее значение имеет отношение S_{KH}/s.

Параметр B в функции $C(T)$ является слабо меняющейся функцией температуры и его можно определить по средней температуре газа за период последействия. Расчеты показывают (см. табл.4.I), что средняя температура газа в автоматическом оружии меняется в небольших пределах и равна $T_{cp} = 2/3\, T_\partial$. Поэтому параметр B можно принять средним значением равным $5{,}50 \cdot 10^3$ и тогда

$$C(T) = 10^{-2} \gamma_T .$$

Из опытных данных как для артиллерийского, так и для автоматического оружия, известно, что температура внутренней поверхности за время периода последействия незначительно убывает по времени и по длине ствола от дна канала к дульному срезу. Средняя температура $T_{пов}$ незначительно возрастает с уменьшением калибра и равна в среднем 700 К для автоматического оружия [I6] и 600-650 К для артиллерийских систем калибра 57-I52 мм. Поэтому примем при вычислении функции $C(T)$ $T_{пов} =$ $= 700$ К и $T = T_{cp} = 2/3\, T_\partial$. Заметим, что в формулу (4.7) можно подставить расход G_∂ , определенный по параметрам в дульном срезе по следующей общей формуле

$$G_{\partial 0} = s \rho a_{\partial 0} = s \rho \sqrt{k \frac{p_{\partial 0}}{\rho}} = s \sqrt{k p_{\partial 0} \rho} , \qquad (4.8)$$

Здесь $p_{\partial o}$ - давление в дульном срезе равное $\zeta_{\partial o} p$, где $\zeta_{\partial o} = p_{\partial o}/p$. Коэффициент $\zeta_{\partial o}$ незначительно меняется при изменении n. При $k = 1{,}25$ и среднем значении $n = 1{,}3$ - $\zeta_{\partial o} = 0{,}740$.

Пример 4.1. Определить значение показателя политропы для данных пулемета ДШК:

$d = 12{,}7$ мм; $s = 1{,}32$ см^2; $\omega = 0{,}0188$ кг;

$L_{кн} = 1100$ мм; $p_{\partial} = 73{,}55 \cdot 10^4$ Па; $W_{кн} = 145{,}5$ см^3;

$S_{кн} = 440$ см^2; $RT_{\partial} = 72 \cdot 10^4$ Дж/кг; $R = 348$ Дж/кг·К.

Решение:

$$T_{\partial} = \frac{72 \cdot 10^4}{348} = 2065\ К; \qquad T_{ср} = \frac{2}{3} T_{\partial} = 1450\ К;$$

$$\gamma_T = 1 - \frac{700}{1450} = 0{,}515; \qquad C(T) = 10^{-2} \gamma_T = 0{,}515 \cdot 10^{-2};$$

$$\frac{S_{кн}}{s} = \frac{440}{1{,}32} = 333; \qquad \rho_{\partial} = \frac{\omega}{W_{кн}} = \frac{0{,}0188}{145{,}5 \cdot 10^{-6}} = 129{,}2\ кг/м^3;$$

$$G_{\partial} = s\sqrt{k \zeta_{\partial o} p_{\partial} \rho_{\partial}} = 1{,}32 \cdot 10^{-4} \sqrt{1{,}25 \cdot 0{,}740 \cdot 7355 \cdot 10^4 \cdot 129{,}2} = 12{,}73\ кг/с;$$

$$n = k_н(k-1)C(T)\left(\frac{d}{G_{\partial}}\right)^{0{,}2} \frac{S_{кн}}{s} = 1{,}25 + 0{,}25 \cdot 0{,}515 \cdot 10^{-2}\left(\frac{0{,}0127}{12{,}37}\right)^{0{,}2} 333 = 1{,}358.$$

Пример 4.2. Определить значение показателя политропы для данных автомата АК:

$d = 7{,}62$ мм; $s = 0{,}746$ см^2; $L_{кн} = 415$ мм;

$W_{кн} = 19{,}8$ см^3; $S_{кн} = 99{,}1$ см^2; $\omega = 0{,}0016$ кг;

$p_{\partial} = 5570 \cdot 10^4$ Па; $RT_{\partial} = 60{,}5 \cdot 10^4$ Дж/кг.

Поступив аналогичным образом, получим

$G_{\partial} = 3{,}071$ кг/с $\qquad n = 1{,}310$.

Рассмотренные примеры подтверждают слабое влияние секундного расхода на результаты расчета. Определяющее значение имеет отношение $S_{кн}/s$, которое во втором примере меньше, чем в первом.

4.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ДАВЛЕНИЯ В КАНАЛЕ СТВОЛА

Из уравнения политропы

$$\frac{p}{p^n} = \frac{p_д}{p_д^n}$$

обозначив $p/p_д = \bar{x}$, имеем

$$\frac{p}{p_д} = \frac{\omega_t}{\omega} = \bar{x}^{\frac{1}{n}} \qquad (4.9)$$

и далее после дифференцирования получим

$$d\omega_t = \frac{\omega}{n}\, \bar{x}^{-\frac{n-1}{n}}\, d\bar{x}. \qquad (4.10)$$

Так как $\frac{d\omega_t}{dt} = -G_{д0}$, то $dt = -\frac{d\omega_t}{G_{д0}}$. (4.11)

С помощью зависимости (4.9) преобразуем выражение (4.8) для секундного расхода из канала ствола к виду

$$G_{д0} = G_д\, \bar{x}^{\frac{n+1}{2n}} . \qquad (4.12)$$

Используя зависимости (4.10), (4.12), получим из уравнения (4.11)

$$dt = -\frac{\omega}{n}\, \frac{1}{G_д}\, \bar{x}^{-\frac{3n-1}{2n}}\, d\bar{x}$$

и затем, интегрируя в пределах от 0 до t и от 1 до $\bar{x}$,

$$\bar{x} = (1 + Bt)^{-\frac{2n}{n-1}} , \qquad (4.13)$$

где

$$B = \frac{n-1}{2\omega}\, G_д .$$

Время периода последействия $t_п$ найдем, приняв в формуле (4.13) $\bar{x} = \bar{x}_н = p_н/p_д$,

$$t_п = \frac{1}{B}\left[\left(\frac{p_н}{p_д}\right)^{-\frac{n-1}{2n}} - 1\right] .$$

4.4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЙ ПО ДЛИНЕ КАНАЛА СТВОЛА

Как и во внутренней баллистике, будем исходить из уравнения неразрывности (I.36) и уравнения движения (I.48), которые для цилиндрического канала имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) = 0,$$

$$\frac{dv_x}{dt} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0.$$

При $\rho_x = const$ представим уравнение неразрывности в виде

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial t} = -\frac{\partial v_x}{\partial x}, \text{ где } \frac{\partial \ln \rho}{\partial t} = \frac{d \ln \rho}{dt},$$

интегрируя которое, получаем линейный закон изменения скорости газа по длине канала

$$v_x = -\frac{d \ln \rho}{dt} x + f(t). \qquad (4.I4)$$

Этот закон является следствием гипотезы Пиобера о постоянстве плотности газопороховой смеси по длине канала. Из граничных условий при неподвижном дне канала (рис.4.I) имеем - при $x = 0$, $f(t) = 0$ и $v_x = 0$ при $x = L_{кн}$, $v_x = a_{д0}$ и

$$-\frac{d \ln \rho}{dt} = \frac{a_{д0}}{L_{кн}}. \qquad (4.I5)$$

Дифференцируем уравнение (4.I5)

$$\frac{dv_x}{dt} = \left[-\frac{d^2 \ln \rho}{dt^2} + \left(\frac{d \ln \rho}{dt}\right)^2\right] x$$

и подставляем производную dv_x/dt в уравнение движения, интегрируя которое от дна канала до текущего сечения, получим

$$p_x - p_{кн} = \rho \left[\frac{d^2 \ln \rho}{dt^2} - \left(\frac{d \ln \rho}{dt}\right)^2\right] \frac{x^2}{2}. \qquad (4.I6)$$

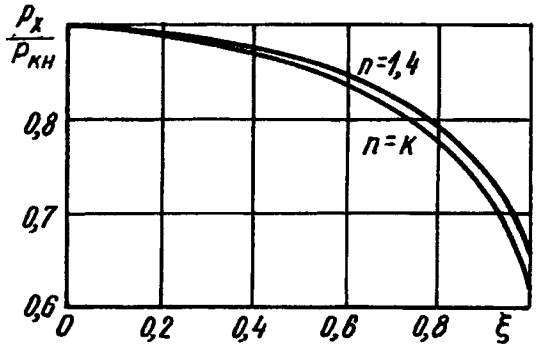
Из формулы (4.I6)

$$\frac{d^2 \ln \rho}{dt^2} = -\frac{1}{L_{кн}} \frac{d a_{д0}}{dt}.$$

Определим производную $da_{до}/dt$ для чего выразим скорость звука $a_{до}$ через давление, используя зависимость (4.9)

$$a_{до} = \sqrt{k\frac{p_{до}}{\rho}} = a_д \pi^{\frac{n-1}{2n}}, \qquad (4.17)$$

где $a_д = \sqrt{k \zeta_{до} \frac{p_д}{\rho_д}}$.



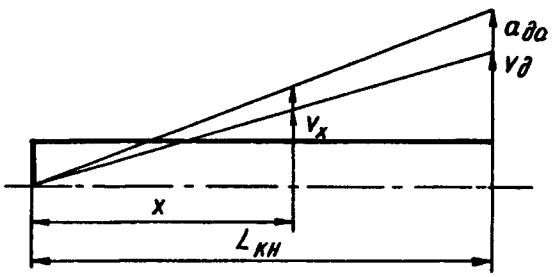


Рис.4.I. Распределение скоростей газов и давлений по длине канала в период последействия

После дифференцирования выражения для $a_{до}$, подставив $d\pi/dt$ из уравнения (4.I0), а также расход $G_{до}$ из уравнения (4.I2), получим

$$\frac{da_{до}}{dt} = -\frac{n-1}{2\omega} a_д G_д \pi^{\frac{n-1}{n}} .$$

Так как

$$a_д G_д = s\rho_д a_д^2, \quad \rho_д = \omega / W_{кн} = \omega / sL_{кн},$$

то используя зависимость (4.I7) еще раз, получим

$$\frac{d^2 \ln p}{dt^2} = \frac{n-1}{2} \frac{a_{до}^2}{L_{кн}^2} \qquad (4.I8)$$

После подстановки зависимостей (4.I5), (4.I8), уравнение (4.I6) примет вид

$$p_x - p_{кн} = p \frac{n-3}{2} a_{до}^2 \frac{\bar{\xi}^2}{2}, \quad \text{где} \quad \bar{\xi} = \frac{x}{L_{кн}},$$

и затем, с учетом выражения (4.I7), будем иметь

$$p_x = p_{кн} - k \frac{3-n}{2} p_{до} \frac{\bar{\xi}^2}{2}. \qquad (4.I9)$$

При $x = L_{кн}$, $\bar{\xi} = 1$, $p_x = p_{до}$ и из уравнения (4.I9) получим

$$p_{кн} = p_{до} \left(1 + k \frac{3-n}{4}\right), \qquad (4.20)$$

и само уравнение примет вид

$$p_x = p_{кн} - (p_{кн} - p_{до}) \bar{\xi}^2. \qquad (4.2I)$$

Уравнение (4.20) еще раз подтверждает доказанное во внутренней баллистике положение, что линейному закону изменения скорости газа по длине канала соответствует квадратичный закон изменения давления.

Выведем формулу для среднего давления по длине канала. Интегрируя зависимость (4.2I) $p = \int_0^1 p_x \, d\xi$ и используя выражение (4.20), получим

$$p = p_{до} \left(1 + k \frac{3-n}{6}\right). \qquad (4.22)$$

Из формул (4.20)-(4.22) видно, что закон распределения давлений по длине канала (см. рис.4.4) определяется значением показателя политропы, т.е. уравнением процесса. Из рисунка видно также, что потери на теплоотдачу, увеличивая значение показателя политропы, замедляют падение давления по длине канала. Сами перепады давления значительны и при n =I,4 составляют, например,

$$\zeta_{до} = \frac{p_{до}}{p} = 0{,}756; \qquad \zeta_{дк} = \frac{p_{до}}{p_{кн}} = 0{,}667.$$

Заметим, что в том же соотношении, что и давление, меняется по длине канала и температура газов. Так, если $\rho_x = const$, из уравнения состояния имеем

$$\frac{T_x}{T_{кн}} = \frac{\rho_x}{\rho_{кн}} .$$

4.5. СИЛА ОТДАЧИ И ЕЕ ИМПУЛЬС

Сила отдачи представляет собой силу давления газов на дно канала ствола. При определении ее будем исходить из уравнения количества движения (I.44) для течения газа в цилиндрической трубе, которое запишем в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(s\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial x}(s\rho_x + s\rho v_x^2) = 0.$$

Интегрируя уравнение от дна канала до дульного среза и учитывая, что

$$\frac{\partial}{\partial x}(s\rho_x + s\rho v_x^2)\,dx = dR,$$

где при $x = 0$ $R = s\rho_{кн}$
и при $x = L_{кн}$ $R = R_{до} = s\rho_{до} + s\rho a_{до}^2$,
получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{L_{кн}} s\rho v_x\,dx + \int_{s\rho_{кн}}^{R_{до}} d(s\rho_x + s\rho v_x^2) = 0.$$

Так как сила $s\rho_{кн} = \rho_{кн}$ и есть искомая силы отдачи, а интеграл $\int_0^{L_{кн}} s\rho v_x dx = K$ представляет количество движения газов в стволе, после интегрирования получаем следующее искомое уравнение для определения силы $\rho_{кн}$:

$$\rho_{кн} = R_{до} + \frac{\partial K}{\partial t}. \qquad (4.23)$$

Реакцию потока в дульном срезе определим, используя зависимость $a_{до} = \sqrt{k\,\frac{\rho_{до}}{\rho}}$ и обозначение $\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_д}$.
Тогда

$$R_{до} = s\rho_{до} + s\rho k\frac{\rho_{до}}{\rho} = (k+1)\,s\rho_д\,\zeta_{до}\,\bar{\rho}.$$

Так как при $\bar{x}=1$

$$R_{\partial 0} = R_{\partial} = (k+1)\, s\, \zeta_{\partial 0}\, \rho_{\partial}, \qquad (4.24)$$

то $$R_{\partial 0} = R_{\partial}\, \bar{x}. \qquad (4.25)$$

Для определения величины dK/dt рассмотрим картину распределения скоростей газа в момент вылета снаряда из канала, представленную на рис.4.I. На основании теоремы об изменении количества движения можно полагать, что при отсутствии внешних сил количество движения столба газов длиной x за время подхода его к дульному срезу не изменится. Тогда при законе скорости $v_x = v_{\partial} \frac{x}{L_{KH}}$ после интегрирования получим

$$K = \int_0^{L_{KH}} s\rho v_x\, dx = s\rho v_{\partial} \frac{L_{KH}}{2}.$$

Так как $\rho = \omega_t / W_{KH}$, $d\omega_t/dt = -G_{\partial 0}$, $sL_{KH} = W_{KH}$, то, дифференцируя по времени выражение для K при постоянной по длине плотности, имеем

$$\frac{\partial K}{\partial t} = G_{\partial 0} \frac{v_{\partial}}{2},$$

и далее, заменив $G_{\partial 0}$ с помощью зависимости (4.I2), получим

$$\frac{\partial k}{\partial t} = -\frac{G_{\partial} v_{\partial}}{2}\, \bar{x}^{\frac{n+1}{2n}}. \qquad (4.26)$$

Знак "минус" производной означает, что количество движения газов в стволе по времени убывает.

Подставив величины $\partial K/\partial t$ и $R_{\partial 0}$ в уравнение (4.23), получим окончательную зависимость для определения силы отдачи

$$R_{KH} = R_{\partial}\, \bar{x} - \frac{G_{\partial} v_{\partial}}{2}\, \bar{x}^{\frac{n+1}{2n}}. \qquad (4.27)$$

Заметим, что вторая составляющая в формуле (4.27) характеризует изменение количества движения газов в стволе и уменьшает силу по сравнению с реакцией вытекающего из ствола потока. Для вычисления силы P_{KH} по формуле (4.27) используем закон изменения давления по времени, полученный в параграфе 4.3. Однако

при расчете периода последействия более важным является определение импульса силы отдачи. Текущее значение импульса силы отдачи определится выражением

$$J_t = \int_0^t p_{кн}\, dt,$$

которое после подстановки зависимостей (4.27), (4.13) и интегрирования в пределах от нуля до текущего момента примет вид

$$J_t = \frac{n-1}{n+1}\,\frac{R_д}{B}\left(1-\pi^{\frac{n+1}{2n}}\right)-\frac{n-1}{2}\,\frac{G_д v_д}{B}\left(1-\pi^{\frac{1}{n}}\right).$$

В конце периода последействия значения $\pi^{\frac{n+1}{2n}}$, $\pi^{\frac{1}{n}}$ имеют порядок $p_н/p_д$, т.е. малы по сравнению с единицей. Тогда после подстановки величин $R_д$ (формула 4.24), B и преобразований, получим следующую зависимость для импульса силы $p_{кн}$ за период последействия

$$J_п = \frac{2}{k}\,\frac{k+1}{n+1}\,a_д\omega-\frac{\omega v_д}{2}.$$

Введем в рассмотрение коэффициент

$$\beta = \frac{2}{k}\,\frac{k+1}{n+1}\,\frac{a_д}{v_д}. \qquad (4.28)$$

Тогда $J_п = (\beta-0{,}5)\,\omega v_д.$ (4.29)

Структура формулы (4.29) показывает, что импульс силы отдачи за период последействия складывается из импульса (количества движения) вытекающих из канала газов $\beta\omega v_д$ и изменения количества движения газов в стволе $-0{,}5\,\omega v_д$, которое по абсолютной величине равно количеству движения газов в стволе в момент вылета снаряда $0{,}5\,\omega v_д$. Таким образом, полное количество движения газов

$$J_{полн} = \beta\omega v_д \qquad (4.30)$$

и коэффициент β характеризует количество движения вытекающих газов за период последействия или полное количество движения и называется поэтому коэффициентом действия газов.

Выражение (4.29) доказывает целесообразность принятого при определении изменения количества движения газов в стволе допущения об исходном распределении скоростей газа вдоль ка-

нала. Строго говоря, если принять, что в момент вылета снаряда в дульном срезе устанавливается скорость истечения, равная местной скорости звука, изменение количества движения газов в стволе за период последействия должно быть равно $0{,}5\,\omega a_д$, что привело бы к изменению второй составляющей в формуле (4.29). Однако разница между значениями $0{,}5\,\omega v_д$ и $0{,}5\,\omega a_д$ невелика.

Коэффициент действия газов является важнейшей характеристикой периода последействия, так как характеризует основной для периода последействия параметр - импульс силы отдачи. Расчет элементов отката и других параметров на практике связан с этим коэффициентом. Зная значение $J_п$, можно определить импульс давления газов на дно канала

$$i_{кн.п} = \frac{J_п}{S}, \qquad (4.3I)$$

по которому подсчитывается импульс давления за период последействия в любом сечении канала ствола

$$i_{хп} = \zeta_х i_{кн.п}. \qquad (4.32)$$

Из формулы (4.28) видно, что на значение коэффициента действия газов влияет в основном дульная скорость снаряда и, в меньшей степени, показатель политропы. С ростом $v_д$ значение β падает, что объясняется относительным уменьшением количества движения вытекающих газов; с ростом n значение β также уменьшается, что объясняется относительным увеличением потерь на теплоотдачу. При $n=k$ формула (4.28) примет простейший вид

$$\beta = \frac{2}{k}\cdot\frac{a_д}{v_д}.$$

В литературе приводится ряд формул для коэффициента действия газов, например, формула Слухоцкого В.Е., полученная при условии, что в дульном срезе скорость равна скорости звука, а давление равно критическому:

$$p_{дo} = p^{*} = p\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}},$$

формула Орлова Б.В. [32], полученная при тех же предположениях, но давление и температура в дульном срезе определяются, как

критические относительно параметров газа в заторможенном состоянии:

$$\bar{T}_д = T_д\left(1+\frac{k-1}{2}M_д^2\right), \quad \bar{p}_д = p_д\left(1+\frac{k-1}{2}M_д^2\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Эти формулы имеют вид соответственно

$$\beta = 1{,}59\,\frac{a_д}{v_д};(k=1{,}2) \quad \text{и} \quad \beta = \frac{2}{k}\,\frac{k+1}{n+1}\,\frac{1}{\lambda_д},$$

где $\lambda_д = \frac{v_д}{a^*_д}$.

Последняя дает результаты, близкие к формуле (4.28). Кроме того, имеется большое число эмпирических формул, из которых для автоматического оружия получила распространение формула

$$\beta = \frac{1300}{v_д}.$$

Пользоваться эмпирическими формулами следует осторожно. Каждая из них дает удовлетворительные результаты при условиях, близких к условиям, для которых они получены.

Пример 4.3. Определить импульс силы отдачи и давления на дно канала для данных примера 4.2.

$s = 0{,}476\ см^2$; $p_д = 55{,}70\ МПа$; $\rho_д = 8{,}8\ кг/с$;
$v_д = 711\ м/с$; $n = 1{,}31$

Решение:

$$\zeta_{до} = \frac{1}{1+k\frac{3-n}{6}} = \frac{1}{1+1{,}25\frac{3-1{,}31}{6}} = 0{,}740;$$

$$a_д = \sqrt{k\,\zeta_{до}\,\frac{p_д}{\rho_д}} = \sqrt{1{,}25\cdot 0{,}740\,\frac{5570\cdot 10^4}{80{,}8}} = 800\ м/с;$$

$$\beta = \frac{3{,}6}{n+1}\,\frac{a_д}{v_д} = \frac{3{,}6}{1{,}31+1}\cdot\frac{800}{711} = 1{,}75;$$

$$J_п = (\beta - 0{,}5)\,\omega\, v_д = (1{,}75-0{,}5)\cdot 0{,}0016\cdot 711 = 1{,}422\ Н\cdot с;$$

$$i_{кн.п} = \frac{J_п}{s} = \frac{1{,}422}{0{,}476\cdot 10^{-4}} = 2{,}987\cdot 10^4\ Па\cdot с.$$

Оценим влияние скорости газа в стволе на параметры периода последействия. На величину β скорость газа в стволе влияет через коэффициент $\zeta_{\partial 0}$, зависящий от показателя политропы n. При выводе выражения для n принято, что уход энергии из ствола и потери на теплоотдачу пропорциональны средней температуре газа, а не температуре его в заторможенном состоянии: $\bar{T} = T\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)$.

Примем для оценки $M = 1/3$, что примерно соответствует скорости газа в сечении, где давление равно среднему. При этом $\bar{T} = 1{,}014\,T$, и ошибка в определении n равна 1,4%, а погрешность в определении скорости a_∂ менее 1%. С этой погрешностью определяются и все параметры периода последействия.

4.6. МАКСИМАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ СВОБОДНОГО ОТКАТА

Свободный откат имеет место при отсутствии сил сопротивления со стороны противооткатных устройств. Поэтому максимальная скорость свободного отката достигается в конце периода последействия и определяется из уравнения баланса количества движения системы откатывающиеся части - заряд - снаряд (теоремы о количестве движения центра тяжести системы), которое записывается

$$-Q_0 V_{0\text{ч}} + q v_\partial + J_{\text{полн}} = 0,$$

где $Q_0 \cdot V_{0\text{ч}}$ - количество движения откатывающихся частей;

$q v_\partial$ - количество движения снаряда в момент вылета.

Подставив $J_{\text{полн}}$ из формулы (4.30) в уравнение баланса количества движения, получим зависимость для максимальной скорости свободного отката

$$V_{0\text{ч}} = \frac{q + \beta\omega}{Q_0} v_\partial . \qquad (4.33)$$

4.7. ПРИБЛИЖЕННЫЙ ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В КАНАЛЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ

Для вычисления силы отдачи, а также элементов свободного отката используются зависимости для давления в канале ствола. Применение формулы (4.13) для этих целей приводит к громоздким

зависимостям для элементов свободного отката. Поэтому профессор Бравин Е.Л. предложил для давления газов простейшую аппроксимирующую зависимость вида

$$p = p_д e^{-bt} \quad \text{или} \quad \bar{x} = e^{-bt}, \tag{4.34}$$

в которой параметр b вычисляется по значению импульса силы отдачи за период последействия.

Применив зависимость (4.34), получим выражение для импульса отдачи

$$J_п = \int_0^{t_п} s p_{кн} \, dt = s p_{кнд} \int_0^{t_п} e^{-bt} \, dt = \frac{s p_{кнд}}{b} (1 - e^{-bt_п}).$$

Так как $e^{-bt_п} = \frac{p_н}{p_д} << 1$, то

$$J_п = \frac{s p_{кнд}}{b}. \tag{4.35}$$

Приравняв импульсы по формулам (4.29) и (4.35), получим

$$b = \frac{s p_{кнд}}{(\beta - 0{,}5)\omega v_д}. \tag{4.36}$$

Подставив давление из формулы (4.34) в зависимость (4.27), получим

$$p_{кн} = R_д e^{-bt} - \frac{G_д v_д}{2} e^{-at}, \tag{4.37}$$

где

$$a = \frac{n+1}{2n} b.$$

Текущее значение импульса силы отдачи, определенное с помощью зависимости (4.37);

$$J_t = \int_0^t p_{кн} \, dt = \frac{R_д}{b} (1 - e^{-bt}) - \frac{G_д v_д}{2a} (1 - e^{-at}).$$

Тогда из уравнения баланса количества движения для текущего момента времени

$$Q_0 V_0 = q v_д + 0{,}5 \omega v_д + J_t$$

получим

$$V_0 = V_{02} + \frac{R_д}{b}(1 - e^{-bt}) - \frac{c_д v_д}{2a}(1 - e^{-at}), \qquad (4.38)$$

где $V_{02} = \frac{q + 0{,}5\omega}{a_0}$ – скорость свободного отката в момент вылета снаряда из канала ствола.

4.8. ИМПУЛЬС СИЛЫ ОТДАЧИ ДЛЯ ОРУЖИЯ С ДУЛЬНЫМ НАСАДКОМ

Наличие дульного насадка сказывается на значении реакции вытекающих газов и количества движения их, но теоретически не влияет на изменение количества движения газов в канале. Согласно работе [33] будем характеризовать влияние дульного насадка коэффициентом импульсной эффективности $\alpha_н$, который представляет собой отношение осевой составляющей реакции потока вытекающих газов с насадком к реакции вытекающих газов без насадка. В существующих дульных насадках это отношение равно отношению соответствующих количеств движения.

Тогда

$$R_н = \alpha_н R_{д0}$$

$$P_{кн} = \alpha_н R_{д0} + \frac{\partial K}{\partial t}$$

и формула (4.27) для системы с насадком примет вид

$$P_{кн} = \alpha_н R_д \bar{x} - \frac{c_д v_д}{2} \bar{x}^{\frac{n+1}{2n}},$$

а формула (4.37) запишется как

$$P_{кн} = \alpha_н R_д e^{-bt} - \frac{c_д v_д}{2} e^{-at} \qquad (4.39)$$

Выражение для импульса силы отдачи примет вид

$$J_{п\,н} = (\alpha_н \beta - 0{,}5)\omega v_д, \qquad (4.40)$$

однако в формулу (4.31) для импульса давления газов на дно

канала следует подставить импульс, определенный по формуле (4.29), т.е.

$$i_{кн\,п} = \frac{(\beta - 0{,}5)\,\omega\, v_д}{s} .$$

Это объясняется тем, что дульный насадок не влияет на давление в канале ствола. Формулы (4.30), (4.33) для полного импульса пороховых газов и максимальной скорости свободного отката должны быть заменены следующими:

$$J_{полн.\,н} = \alpha_н \beta \omega v_д ; \qquad (4.41)$$

$$V_{0н} = \frac{q + \alpha_н \beta \omega}{Q_0}\, v_д . \qquad (4.42)$$

Для усилителей отдачи $\alpha_н > 1$ и будут иметь место неравенства

$$P_{кн\,н} > P_{кн} , \quad J_{пн} > J_п , \quad V_{0н\,н} > V_{0н} .$$

Для дульных тормозов $\alpha_н < 1$ и знак неравенства следует сменить на противоположный.

Глава 5
ОСНОВЫ РАСЧЕТА ТИПОВЫХ СХЕМ БОКОВЫХ ГАЗОВЫХ УСТРОЙСТВ

5.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА В КАМЕРЕ БОКОВОГО ГАЗОВОГО УСТРОЙСТВА

Методики расчета различных схем боковых газовых устройств (БГУ) различаются в соответствии с их классификацией, согласно которой БГУ подразделяют по следующим признакам:

I. Характеру рабочего процесса в камере: поршневые (с камерой статического типа) и реактивные (с камерой динамического типа);

2. Назначению: газовые двигатели и тормоза отката - накатники (противооткатные устройства);

3. Расположению на стволе: каморные, боковые и надульные;

4. Конструктивному признаку внутри предыдущих типов.

Главными признаками, определяющими методику расчета БГУ, являются первые два из приведенных, третий признак не является существенным, так как система уравнений рабочего процесса не зависит от места отвода газа - через дно гильзы, через боковое отверстие в стволе или через надульник. В дальнейшем будем рассматривать расчет БГУ только поршневого типа, так как БГУ реактивного типа встречаются относительно редко.

Рабочий процесс в камере БГУ представляет собой расширение или сжатие газа, поступающего из ствола через газоотводный канал (газопровод), при наличии всех видов энергетических воздействий - потерь на теплоотдачу стенкам газопровода и камеры, потерь на утечку через зазоры и сбросовые отверстия.

Наиболее полно характер рабочего процесса проявляется в камерах боковых газовых двигателей (БГД), для которых типичной является однопоршневая схема с односторонним воздействием газов на поршень (рис.5.I).

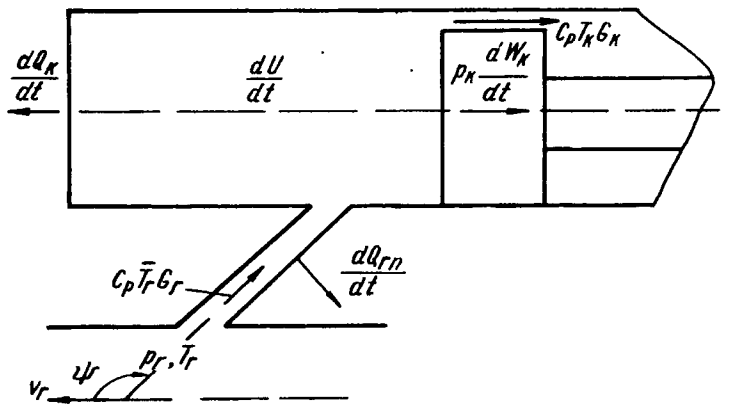


Рис.5.I.Схема однопоршневого однокамерного БГД

Для простоты будем рассматривать рабочий процесс в камере БГД, сообщающейся со стволом коротким бесступенчатым газопроводом, наиболее распространенным в автоматическом оружии.

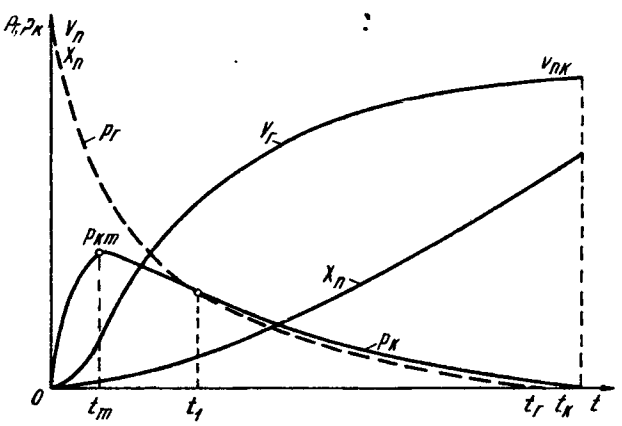


Рис.5.2.Основные кривые для однопоршневого БГД

Основные кривые, поясняющие рабочий процесс в двигателе, представлены на рис.5.2. Поступление газа в камеру начинается с момента прохождения снарядом (пулей) газоотводного отверстия

в стволе, открытие которого условно полагается мгновенным. При этом давление в камере быстро нарастает, а давление в стволе быстро падает, так как обычно газоотводное отверстие располагается между сечением p_m и дульным срезом.

Общность рассуждений и характер процесса не изменятся, если место отвода газа будет находиться от сечения p_m ближе к казенному срезу, когда давление в стволе начнет падать через некоторое время после открытия отверстия. Газы, воздействуя на поршень, перемещают его, вместимость камеры возрастает. Вследствие увеличения вместимости камеры и падения давления в стволе, а также влияния энергетических потерь, рост давления в камере постепенно замедляется, и, достигнув максимального значения, давление начинает падать и в некоторый момент t_1 сравняется с давлением в стволе у отверстия (точка I). Процесс от момента открытия отверстия в стволе до сравнивания давлений в камере и стволе называется периодом наполнения.

В дальнейшем давление в стволе падает быстрее, чем давление в камере, и последнее будет все время больше, чем давление в стволе у отверстия. Имеет место истечение газов из камеры в ствол. Эта часть рабочего процесса называется периодом обратного истечения. В частных случаях период обратного истечения может отсутствовать частично или полностью (БГД с отсечкой поступления газа, газовые буферные и противооткатные устройства).

Как истечение газа из ствола в камеру, так и истечение из камеры в ствол, происходят при наличии противодавления. В период наполнения противодавлением является давление в камере, в период обратного истечения - давление в стволе у отверстия. Поэтому (см. параграф 3.4) в каждый период имеют место два режима истечения - сверхкритический (критический) и докритический, в соответствии с чем следует определять секундное поступление газа из ствола в камеру и обратно. При квазистационарном подходе секундный расход газа через газопровод будет определяться по зависимостям (3.I4), (3.I5) либо по зависимостям (3.I6) и (3.I7), в которых отличие реальных условий истечения от идеальных, принятых при выводе формул, учитывается введением приведенной площади отверстия истечения. В период наполнения секундный расход газа и поступление энергии в камеру опреде-

ляются в каждый момент времени параметрами газа в стволе $\rho_г$, $T_г$, $\rho_г$, $M_г$, и формулы (3.16), (3.17) будут записаны в виде

$$G_г^* = (\mu s)_1 \bar{k}_0 \Phi_2(\bar{M}_г) \frac{\rho_г}{\sqrt{RT_г}}, \qquad (5.1)$$

$$G_г = (\mu s)_1 k_1 \Phi_2(\bar{M}_г) \frac{\rho_г}{\sqrt{RT_г}} Y_к . \qquad (5.2)$$

Остановимся на определении функции противодавления $Y_к$, которая выражается зависимостью (3.13). В соответствии с формулой (3.11) функция противодавления должна зависеть от величины $x_к = \frac{\rho_к}{\bar{\rho}_г}$. При углах ответвления газопровода $\psi < 90^0$ это не противоречит физике процесса истечения, так как всякое подтормаживание потока противодавлением вызывает повышение статического давления перед отверстием истечения до давления торможения. При углах ответвления $\psi \geq 90^0$, имеющих преимущественное распространение в БГУ, напор будет определяться статическим давлением в стволе у отверстия $\rho_г$, хотя полная энергия единицы массы газа по-прежнему определяется температурой газа в заторможенном состоянии $\bar{T}_г$.

Притормаживание потока при докритическом режиме истечения не вызывает увеличения давления на входе в отверстие истечения, и функция противодавления в этом случае определяется по отношению статических давлений $x_к = \frac{\rho_к}{\rho_г}$. Поэтому примем, что при любых углах ответвления функция противодавления определяется величиной $x_к = \frac{\rho_к}{\bar{\rho}_г}$. Кроме того, для однообразия записи формул (5.1), (5.2) в функцию $Y_к$ введем величину $(1-\alpha\rho)$, т.е. вместо зависимости (3.13) имеем

$$Y_к = (1-\alpha\rho_к)\sqrt{x_к^{2/k} - x_к^{\frac{k+1}{k}}} . \qquad (5.3)$$

Условность принятого допущения должна компенсироваться при определении приведенной площади сечения отверстия истечения. Для удобства написания системы уравнений рабочего процесса формулы (5.1), (5.2) заменим одной формулой (5.2), в которой при критическом режиме истечения $0 < x_к \leq x_к^*$, $Y_к = Y^* = \frac{k_0}{k_1}$ – мало-

меняющаяся величина, при докритическом режиме $x_к^* < x_к \leq 1$, и функция $Y_к$ определяется по формуле (5.3), а величина $x_к^*$ определяется по зависимости (I.68).

В период обратного истечения секундный расход и уход энергии из камеры будут определяться параметрами газа в камере, а влиянием коволюма можно пренебречь. При этом следует пользоваться формулами (3.I4) и (3.I5) для секундного расхода, которые, как и в предыдущем случае, можно свести к одной:

$$G_г = k_1 (\mu s)_2 \frac{\rho_к}{\sqrt{RT_к}} Y_г \ , \qquad (5.4)$$

где $Y_г = Y^* = \frac{k_0}{k_1}$ при $0 < x_г \leq x^*$ для критического режима

и $Y_г = \sqrt{x_г^{2/k} - x_г^{\frac{k+1}{k}}}$ при $x^* < x_г \leq 1$ для докритического режима

истечения. Так как газ в камере подчиняется уравнению Клапейрона, критическое отношение давлений равно

$$x_г^* = x^* = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Конструкция и размеры газопровода влияют на количественные и качественные характеристики процессов перетекания газа. Это влияние ощутимо в случае длинных и ступенчатых газопроводов.

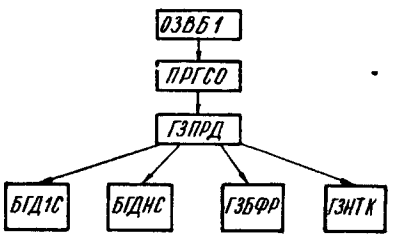


Рис.5.3. Структурная схема расчета БГУ.

В общем случае расчет БГУ должен включать в себя (рис.5.3) следующее:

I. Решение основной задачи внутренней баллистики и расчет периода последействия с выдачей зависимостей $p, T, l, v = f_{1,2,3,4}(t)$ - ОЗВБI;

2. Определение параметров газа в стволе у отверстия - ПРГСО;

3. Расчет течения газа в газопроводе - ГЗПРД;

4. Решение системы уравнений, описывающей рабочий процесс в камере БГУ и движение автоматики на участке работы БГУ, с выдачей зависимостей $p_к$, $V_п$, $X_п = \varphi_{1,2,3}(t)$.

Последняя должна иметь следующие варианты; расчет рабочего процесса и движения ведущего звена автоматики для БГД однокамерного типа, включая отсечку газа (БГДИС); расчет рабочего процесса и движения автоматики для БГД нестандартного типа (например, двухкамерного двигателя для пушек с вращением блока стволов) (БГДНС); расчет газового буфера (ГЗБФР); расчет газового накатника (ГЗНТК).

В соответствии с этим должна строиться и автоматизированная система для расчета БГУ, которая должна обеспечивать полную взаимозаменяемость при исключении из расчета той или иной подпрограммы. Например, в случае коротких газопроводов нет необходимости рассчитывать течение газа в газопроводе, и этот расчет должен быть исключен. Не всегда необходимо решать уравнения внутренней баллистики - при расчете вариантов с одинаковыми баллистическими данными параметры газа в стволе можно задать в виде таблицы.

5.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГАЗА В СТВОЛЕ У ОТВЕРСТИЯ

Параметры газа в стволе у отверстия, необходимые для расчета БГУ - давление $p_г$, температура $T_г$, комплекс $\alpha\rho_г$, число $M_г$ - находятся из решения ОЗВБИ и расчета периода последействия.

При решении ОЗВБИ целесообразно использовать систему при аргументе "время", которую следует дополнить уравнением для определения средней температуры газов в стволе

$$RT = f(1-\eta_0),$$

где

$$\eta_0 = \frac{\theta}{2}\frac{\varphi q v^2}{f\omega\psi_0}, \quad f = f_1\left(1-\frac{\theta\Delta Q}{f_1\omega}\right),$$

$$\frac{\theta\Delta Q}{f_1\omega} = \left(2+0{,}2325\frac{S_{кн}}{W_{кн}}\frac{1}{\Delta}\right)10^{-2}.$$

После вылета снаряда ($l > l_д$) искомыми параметрами являются среднее давление газов, подсчитываемое по формуле (4.34), и температура, которая определяется из уравнения политропы с использованием формулы (4.34) $T = T_д e^{-\frac{n-1}{n} bt}$. Давление и температуру в стволе у газоотводного отверстия определим, исходя из закона распределения давлений по длине заснарядного пространства (канала ствола), который при движении снаряда запишется как

$$p_г = p_{кн} - (p_{кн} - p_{сн})\xi_г^2, \qquad (5.5)$$

а в период последействия (см. параграф 4.4)

$$p_г = p_{кн} - (p_{кн} - p_{до})\xi_{гд}^2, \qquad (5.6)$$

где

$$\xi_г = \frac{l_г}{l}; \quad \xi_{гд} = \frac{l_г}{l_{кн}};$$

$l_г$ – расстояние от дна канала до отверстия.

Законы распределения давлений считаются определенными, если известны соотношения между давлениями $p_{кн}$, $p_{сн}$ и p в период выстрела, а также давлениями $p_{кн}$, p, $p_{до}$ в период последействия. Для периода выстрела эти соотношения берутся из внутренней баллистики

$$\frac{p_{кн}}{p_{сн}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{\omega}{aq}, \quad \frac{p_{кн}}{p} = \frac{1 + \frac{1}{2}\frac{\omega}{aq}}{1 + \frac{1}{3}\frac{\omega}{aq}},$$

а для периода последействия имеем формулы (4.20), (4.22).

При переходе от периода движения снаряда по каналу ствола к периоду последействия фиксируется давление $p_д$, подсчитываемое по формулам внутренней баллистики. Тогда, в соответствии с принятой гипотезой о равенстве скорости истечения скорости звука, а в соответствии с изменением закона распределения давлений по длине канала в момент вылета снаряда имеем скачок давлений $p_г$. Скачка можно избежать, аппроксимируя кривую давления $p_г(t)$. Так как во внутренней баллистике и для периода последействия принята гипотеза $p_x = const$, то температуры газов в различных сечениях канала будут относиться также, как и давления, т.е.

$$\frac{RT_г}{RT_{кн}} = \frac{p_г}{p_{кн}}, \quad \frac{RT_{кн}}{RT_{сн}} = \frac{p_{кн}}{p_{сн}}, \quad \frac{RT_{кн}}{RT_{до}} = \frac{p_{кн}}{p_{до}}$$

и т.д.

Приведенное значение числа M для газа в стволе у отверстия

$$\bar{M}_г = M_{гн} = \frac{v_г}{a_{гн}}, \tag{5.7}$$

где $a_{гн} = \sqrt{kRT_г}$.

При движении снаряда $v_г = \xi_г v$ и $M_г$ – величина переменная. В периоде последействия $v_г = \xi_{гд}\, a_{до}$ и на основании зависимости (1.62)

$$\bar{M}_г = \xi_{гд}\sqrt{\frac{T_{до}}{T_г}} = \xi_{гд}\sqrt{\frac{T_{до}}{T_{кн}}\,\frac{T_{кн}}{T_г}} = \xi_{гд}\sqrt{\frac{\zeta_{дк}}{\zeta_г}}, \tag{5.8}$$

где $\zeta_{дк} = \frac{p_{до}}{p_{кн}}$, $\zeta_г = \frac{p_г}{p_{кн}}$.

5.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОПРОВОДА

При определении расходных характеристик и расчете течения газа будем различать два типа газопровода – ступенчатый и цилиндрический постоянного сечения.

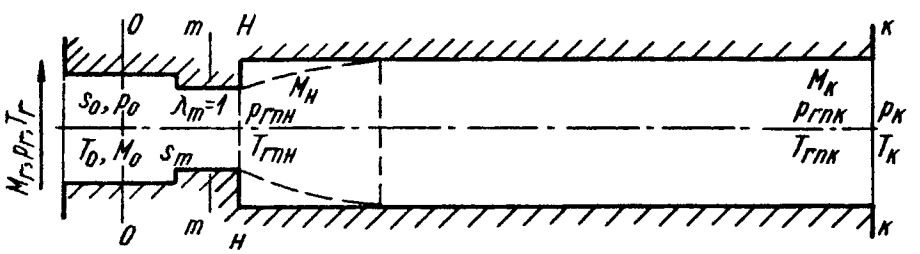


Рис.5.4.Схема течения газа в ступенчатом газопроводе

Ступенчатый газопровод в общем случае (рис.5.4) имеет короткую входную часть с площадью поперечного сечения s_0, калибрующую часть, имеющую минимальную площадь поперечного сече-

ния s_m , которая определяет пропускную способность газопровода, и основную, уширенную часть, от которой зависят потери на теплоотдачу стенкам газопровода. В таком виде газопровод применяется для наполнения камер, располагаемых на некотором расстоянии от отверстия в стволе, например камер газовых буферных устройств. В частном случае в нем может отсутствовать входная или уширенная часть, или входная часть может быть основной.

Течение газа при заходе в газопровод носит сложный многомерный характер. В период наполнения на истечение газа из канала ствола влияют несгоревшие частицы, которые попадают в канал, а затем и в камеру, уменьшая расход газа. Вопрос об учете влияния несгоревших частиц при истечении через боковое отверстие в стволе пока не решен. По этим причинам определение секундного расхода при истечении через газопровод принято вести по формулам одномерного истечения, учитывая влияние реальных условий истечения соответствующим выбором площади отверстия истечения μs . Наибольшие сложности вызывает определение приведенной площади истечения $(\mu s)_1$ для периода наполнения БГУ.

Рассмотрим вначале газопровод постоянного сечения, для которого $s_m = s_0$ и $(\mu s)_1 = \mu_0 s_0$. Известно (см.параграф 3.5), что при заданных параметрах газа в сосуде секундный расход газа через боковое ответвление зависит от угла ответвления газопровода и скорости движения газа в сосуде у отверстия.Кроме того, значения μ_0 , определенные экспериментально, существенно отличаются от значений, получаемых по формулам (3.26) и (3.27)для одномерного истечения газа, применяемых при расчете дульных тормозов. Это обстоятельство заставило ряд исследователей проводить специальные опыты по установлению зависимости коэффициента расхода газопровода постоянного сечения от угла ответвления его и скорости движения газа в стволе у отверстия. В литературе приводится несколько эмпирических зависимостей для среднего значения коэффициента расхода за период наполнения.

Наиболее общей из них, при получении которой использованы все имевшиеся опытные данные, является формула

$$\mu_0 = 0{,}55 K_\psi \exp(-1{,}19 M_{гн}^2 - 0{,}36 M_{гн}), \qquad (5.9)$$

в которой при $\psi \geq 90^{\circ}$ $K_{\psi} = 1 + 0{,}6\, M_{гн} \cos\psi$, при $\psi < 90^{\circ}$ $K_{\psi} = 1 + 0{,}8\, M_{гн} \cos\psi$.

Формула справедлива для положения отверстия на стволе $\xi_{гд} > 0{,}3$ и дает удовлетворительную сходимость с опытными данными для большинства образцов автоматического оружия. Коэффициент 0,55 играет роль коэффициента согласования и не соответствует $M_{гн} = 0$. Среднее значение числа $M_{гн}$, характеризующего скорость газов в стволе у отверстия, подсчитывается для стрелкового оружия по формуле

$$M_{гн} = \frac{1}{3} M_1 + \frac{2}{3} M_1$$

и по формуле

$$M_{гн} = \frac{M_1 + M_2}{2}$$

для крупнокалиберных пулеметов и автоматических пушек, где относительная продолжительность пиродинамического периода больше, чем в стрелковом оружии.

Средние значения числа M за пиродинамический период и период последействия определяются с учетом распределения температур по длине канала

$$M_1 = \frac{v_{ср}}{a_{ср}} = \frac{v_{го} + \xi_{гд} v_д}{2\sqrt{k R T_{г\,ср}}} \; ; \quad M_2 = \xi_{гд} \sqrt{\frac{\zeta_{дк}}{\zeta_г}} \; ,$$

где $$RT_{г\,ср} = \frac{RT_{го} + RT_{гд}}{2} .$$

Несмотря на то, что зависимость (5.9) является обобщением обширного экспериментального материала, её эмпирический характер в ряде случаев может существенно повлиять на точность расчетов как в определении импульса БГУ, так и текущих значений давления в камере и скорости поршня. Это объясняется рядом причин, к числу которых относится разнобой в определении исходных внутрибаллистических параметров, точность экспериментальной записи кривых давления в стволе и в камере, неучет индивидуального характера влияния параметров газа на процесс истечения из канала ствола, осреднение расходных характеристик газопровода.

Наибольшие погрешности получаются при расчете БГД пушечного вооружения, рабочие процессы в которых при откате по времени почти полностью совпадают с работой автоматики, а процесс наполнения происходит главным образом в пиродинамический период, вследствие чего число M в стволе у отверстия, а следовательно, и коэффициент расхода, меняются в бо́льших пределах.

В связи с этим более универсальным подходом к определению расхода газа из ствола в газопровод будет использование результатов газодинамического решения задачи отвода, которое в силу сложности течения возможно лишь при принятии ряда упрощающих допущений. В качестве последних были приняты плоский характер течения и пренебрежение вязкостью и теплопроводностью. В результате решения было получено распределение параметров газа в области отвода, по которым были подсчитаны значения относительного расхода газа.

Так как решение задачи отвода совместно с решением ОЗВБІ и системы уравнений рабочего процесса БГУ практически невозможно, для расчета БГУ был выбран традиционный путь - введение в систему уравнений рабочего процесса коэффициента расхода μ_p , который однако потерял свое значение согласующего коэффициента и стал способом теоретического определения расхода газа по зависимости одномерного идеального течения газа. Такой способ позволяет сохранить общепринятую систему уравнений для расчета любого БГУ, но решение ее производится при переменном значении μ_p , подсчитанном при решении задачи отвода на ЭВМ для различных чисел $M_г$ и углов ψ . Значения $\mu_p = f(M_г, \psi)$ аппроксимированы полиномом четвертой степени

$$\mu_p = a_0 + a_1 M_г + a_2 M_г^2 + a_3 M_г^3 + a_4 M_г^4 ,$$

коэффициенты которого даны в таблице 5.I.

Особый случай представляет определение приведенной площади отверстия истечения для газопровода с сужением на входе. Формально приведенная площадь отверстия для такого газопровода может быть выражена как и для газопровода постоянного сечения:

$$(\mu S)_1 = \mu_{ст} S_m . \qquad (5.10)$$

Однако коэффициент расхода $\mu_{ст}$ можно подсчитать по формуле

(5.9) только в случае, если пропускная способность калибрующего сечения больше пропускной способности входного отверстия, что не является характерным для ступенчатых газопроводов. Математически это положение выражается неравенством

$$\mu_0 s_0 \leqslant \mu_{00} s_m , \qquad (5.11)$$

где μ_{00} - коэффициент расхода при истечении газа из входной части в калибрующую. Определим коэффициент $\mu_{ст}$ для характерного случая $\mu_0 s_0 > \mu_{00} s_m$, когда пропускная способность ступенчатого газопровода определяется условиями истечения газа из входной части в калибрующую. При критическом режиме истечения из ствола на основании формулы (3.27) имеем

$$G_г = \mu_{ст} s_m \bar{k}_0 \frac{\bar{p}_г}{\sqrt{R T_г}} . \qquad (5.12)$$

Таблица 5.I.

Значения коэффициентов полинома

ψ, град	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
50	0,6800	0,5806	-5,6960	7,6769	-3,I465
60	0,6900	0,44I2	-5,3600	7,3635	-3,0475
70	0,6980	0,36I7	-5,3I65	7,4756	-3,I378
80	0,7080	0,2600	-5,I9I3	7,4673	-3,I699
90	0,7200	0,I265	-4,9506	7,3509	-3,I6I2
I00	0,7080	0,I228	-4,950I	7,3780	-3,I96I
II0	0,6980	0,0895	-4,7997	7,I860	-3,II45
I20	0,6900	0,0438	-4,6509	7,0072	-3,0242
I30	0,6800	0,0I3I	-4,5733	6,9568	-3,0242
I40	0,6700	0,0I47	-4,6590	7,2203	-3,20I9
I50	0,660C	-0,0I29	-4,5I98	7,0264	-3,II45
I60	0,6520	-0,0I43	-4,5285	7,0756	-3,1466

Тот же секундный расход можно определить, рассматривая истечение из входной части в калибрующую:

$$G_г = \mu_{00} s_m \bar{k}_0 \frac{\bar{p}_0}{\sqrt{R T_0}} . \qquad (5.13)$$

Так как при втекании газа из ствола во входную часть газопровода имеют место потери полного давления, то

$$\bar{p}_0 = \chi_0 \bar{p}_г ,$$

где χ_0 – коэффициент потерь полного давления, и, пренебрегая потерями на теплоотдачу во входной части, приравняв правые части формул (5.I2), (5.I3), получим

$$\mu_{ст} = \mu_{00} \chi_0 . \qquad (5.I4)$$

Для осесимметричного движения газа [I8]

$$\chi_0 = f\left(Re, M_г, \frac{d_0}{d_m}\right).$$

Так как при больших числах Рейнольдса, имеющих место в стволах, влияние его на гидравлические потери невелико, то

$$\chi_0 = f\left(M_г, \frac{d_0}{d_m}\right).$$

Значения χ_0, подсчитанные на основе обработки данных специальных опытов, приведены в табл.5.2.

Таблица 5.2

Значения коэффициента χ_0

$M_г$	d_0/d_m			
	I,0	I,2	I,5	2,0
0,30	0,584	0,622	0,743	I,0
0,35	0,525	0,570	0,695	I,0
0,40	0,486	0,535	0,665	I,0
0,45	0,458	0,508	0,650	I,0
0,50	0,434	0,490	0,643	I,0
0,55	0,4I3	0,474	0,640	I,0
0,60	0,400	0,465	0,640	I,0

Коэффициент расхода μ_{00} в формуле (5.I4) аналогичен коэффициенту расхода при истечении газа из сосуда через отверстие с острыми кромками и подсчитывается, как указано в параграфе 3.4, по значениям d_m и d_0/d_m. Формула (5.I4) справедлива при любых отношениях d_0/d_m и дозвуковых числах $M_г$.

В период обратного истечения приведенная площадь отверстия истечения, входящая в формулу (5.4), может быть подсчитана для газопровода постоянного сечения или ступенчатого газопровода без уширения, как для случая истечения из резервуара с сечением, значительно превышающим сечение газопровода:

$$(\mu s)_2 = \mu_{0\infty} s_m . \qquad (5.15)$$

Расход газа при истечении через ступенчатый газопровод с уширенной выходной частью определяется условиями захода газа в калибрующую часть, и для него на основании зависимости (5.14) справедливо выражение

$$G_г = k_0 \mu_{00} s_m \frac{\bar{p}_{г\,пн}}{\sqrt{R \bar{T}_{г\,пн}}} . \qquad (5.16)$$

Сравнив зависимости (5.4), (5.16), получим

$$(\mu s)_2 = \mu_{00} \chi_{гп} \sqrt{\frac{\bar{T}_{г\,пн}}{T_к}}\, s_m , \qquad (5.17)$$

где $\chi_{гп} = \frac{\bar{p}_{г\,пн}}{p_к}$ - коэффициент потерь полного давления, и отношение температур торможения $\frac{\bar{T}_{г\,пн}}{T_к}$ определяются из расчета течения газа в уширенной части. При обратном истечении

$$p_к = \bar{p}_{г\,пк} \quad \text{и} \quad T_к = \bar{T}_{г\,пк} .$$

Приведенная площадь $(\mu s)_2$ может меняться в значительных пределах. Однако, учитывая меньшее влияние периода обратного истечения на рабочий процесс, определим $(\mu s)_2$ постоянным средним значением. Для газопроводов с относительно короткой уширенной частью $\left(\frac{l_{гп}}{d_{гп}} < 20\right)$ вместо формулы (5.17) можно применить зависимость (5.15). Следует иметь в виду, что истечение через длинную уширенную часть встречается редко, так как в газовых буферных устройствах, снабженных обратным клапаном, период обратного истечения отсутствует.

Пример 5.1. Определить приведенную площадь истечения и секундный расход газа при наполнении для газопровода газового буфера авиапушки АМ-23 (рис.5.5).

Баллистические данные и конструктивные характеристики газопровода:

$= 0{,}0962 \cdot 10^{-4}$ м^2; $= 0{,}238 \cdot 10^{-4}$ м^2; $= 0{,}0145$ м^2;
$= 32{,}77$ МПа; $= 55{,}72 \cdot 10^4$ Дж/кг; $= = 0{,}312$;
$= 34{,}82$ МПа; $= 56{,}40 \cdot 10^4$ Дж/кг; $= 1620$ К;

1. Определение приведенной площади истечения $(\mu s)_1$.
Из табл. 3.2 при $d_0 = d_m = 3{,}5$ мм находим $\mu_{0\infty} = 0{,}57$; из табл.5.2 по $\alpha = d_0/d_m = 4/3{,}5 = 1{,}15$ и $\bar{M}_r = 0{,}312 - \chi_0 = 0{,}555$.

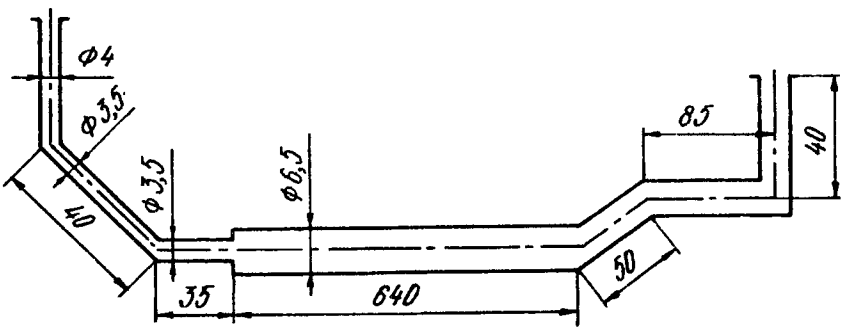


Рис.5.5.Схема газопровода буфера авиапушки АМ-23

По формуле (3.25)

$$\mu_{00} = 1 - 1{,}11(1 - 0{,}57)\sqrt[3]{\frac{1{,}15 - 1}{1{,}15 - 0{,}5}} = 0{,}707.$$

Коэффициент расхода

$$\mu_{cr} = \mu_{00}\chi_0 = 0{,}707 \cdot 0{,}555 = 0{,}392.$$

Приведенная площадь истечения

$$(\mu s)_1 = \mu_{cr} s_m = 0{,}392 \cdot 0{,}0962 \cdot 10^{-4} = 0{,}0377 \cdot 10^{-4} м^2.$$

2. Определение секундного расхода:

$$\alpha\rho_r = \alpha\frac{p_r}{RT_r} = 10^{-3}\,\frac{327{,}7 \cdot 10^5}{5{,}572 \cdot 10^5} = 0{,}059.$$

Параметры $\alpha\rho$ во входной и калибрующей частях газопровода:

$$\alpha\bar{\rho}_r = \alpha\rho_r\left(1 + \frac{k-1}{2}\bar{M}_r^2\right)^{\frac{1}{k-1}} = 0{,}059\left(1 + \frac{1{,}25 - 1}{2}\,0{,}312\right)^4 = 0{,}062;$$

$$\alpha\bar{\rho}_0 = \chi_0 \alpha\bar{\rho}_\Gamma = 0{,}555 \cdot 0{,}062 = 0{,}034;$$

$$\alpha\rho^* = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \alpha\bar{\rho}_0 = 0{,}624 \cdot 0{,}034 = 0{,}022.$$

По формуле (3.6)

$$\bar{k}_0 = \sqrt{k\left[1+\frac{k-1}{2(1-\alpha\rho^*)^2}\right]^{\frac{k+1}{k-1}}} = \sqrt{1{,}25\left[1+\frac{0{,}25}{2(1-0{,}022)^2}\right]^{\frac{2{,}25}{0{,}25}}} = 0{,}6425.$$

По формуле (3.18) при $\bar{M}_\Gamma$ =0,312 подсчитываем $\Phi_2(\bar{M}_\Gamma)$=1,057.
По формуле (5.1)

$$G_\Gamma = 0{,}6425 \cdot 0{,}0377 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}057 \frac{327{,}7 \cdot 10^6}{\sqrt{55{,}72 \cdot 10^4}} = 0{,}1126 \text{ кг/с}.$$

5.4. РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ В ГАЗОПРОВОДЕ

Рассмотрим течение газа в основной (уширенной) части ступенчатого газопровода. Его можно характеризовать как течение в цилиндрической трубе при наличии теплоотдачи и описать системой уравнений (3.32)-(3.37), для "теплового сопла".

Рассмотрим течение в период наполнения как наиболее характерный случай, определяющий потери на теплоотдачу стенкам газопровода. Для этого запишем систему, заменив уравнение (3.36) уравнением (1.75), опустив индекс "2" при текущих параметрах и заменив индекс "1" на индекс "н":

$$\frac{\rho_{\Gamma\Pi}}{\rho_{\Gamma\Pi H}} = \frac{1+k\dfrac{M_H^2}{1-\alpha\rho_H}}{1+k\dfrac{M^2}{1-\alpha\rho}}; \qquad (5.18)$$

$$\frac{\rho_{\Gamma\Pi}}{\rho_{\Gamma\Pi H}}\,\frac{1-\alpha\rho_H}{1-\alpha\rho} = \frac{M_H^2}{M^2}\,\frac{1+k\dfrac{M^2}{1-\alpha\rho}}{1+k\dfrac{M_H^2}{1-\alpha\rho_H}}; \qquad (5.19)$$

$$\frac{T_{гп}}{T_{гпн}} = A\left(\frac{M}{1+k\dfrac{M^2}{1-\alpha\rho}}\right)^2; \qquad (5.20)$$

$$\frac{\bar{T}_{гп}}{T_{гп}} = 1+\frac{k-1}{2}\bar{M}^2, \qquad (5.21)$$

где

$$\bar{M} = \frac{M}{1-\alpha\rho}; \quad A = \left(\frac{1+k\dfrac{M_н^2}{1-\alpha\rho_н}}{M_н}\right)^2.$$

Свяжем падение температуры торможения в газопроводе с секундной теплоотдачей стенкам, имея в виду, что удельный подвод тепла к газу можно выразить через секундную теплоотдачу всей поверхности соотношением

$$q_{12} = q_{гп} = -\frac{1}{G_г}\frac{dQ_{гп}}{dt}.$$

Применив для секундной теплоотдачи зависимость (2.5) при $r=1$

$$\frac{dQ_{гп}}{dt} = \int_0^{s_{гп}} \alpha_{гп}\,(\bar{T}_{гп} - T_{пов})\,dS$$

и полагая теплоотдачу $\alpha_{гп}$ постоянной по длине газопровода, получим

$$\frac{q_{гп}}{c_p\bar{T}_{гпн}} = -\frac{k-1}{kR\bar{T}_{гпн}}\frac{\alpha_{гп}}{G_г}\int_0^{s_{гп}}(\bar{T}_{гп} - T_{пов})\,dS$$

и далее после дифференцирования

$$d\left(\frac{q_{гп}}{c_p\bar{T}_{гпн}}\right) = -\frac{k-1}{kR}\frac{\alpha_{гп}}{G_г}\frac{\bar{T}_{гп}}{\bar{T}_{гпн}}\nu_{гп}\,dS, \qquad (5.22)$$

где $\nu_{гп} = 1 - T_{пов}/\bar{T}_{гп}$.

С другой стороны, из уравнения (3.37)

$$d\left(\frac{q_{гп}}{c_p\bar{T}_{гпн}}\right) = d\left(\frac{\bar{T}_{гп}}{\bar{T}_{гпн}}\right). \qquad (5.23)$$

Приравняв правые части выражений (5.22) и (5.23) и преобразуя, приходим к уравнению

$$d\ln\frac{\bar{T}_{гп}}{\bar{T}_{гпн}} = -\frac{k-1}{kR}\frac{\alpha_{гп}}{G_г} v_{гп}\, dS, \qquad (5.24)$$

которое решается совместно с уравнениями (5.19)-(5.21).

При определении величин $\alpha_{гп}$, $T_{пов}$, входящих в уравнение (5.24), следует учитывать специфику работы газопровода в автоматическом оружии. Так как вход газа в газопровод и течение по нему сопровождаются значительным падением температуры, среднее значение которой по длине не превышает 2000 К, потерями на теплоотдачу за счет лучеиспускания можно пренебречь. Поэтому теплоотдачу можно определять по одной из критериальных зависимостей для вынужденного движения газа при турбулентном режиме.

Так как рассматриваемая методика расчета течения газа применяется для достаточно длинных газопроводов, то, имея в виду, что

$$\rho_{гп} v_{гп} = \frac{G_г}{S_{гп}},$$

преобразуем формулу (2.25) к виду

$$\alpha_{гп} = \frac{B_1}{d_{гп}^{1,8}} G_г^{0,8}, \qquad (5.25)$$

где $B_1 = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-0,8} B = 1,213\,B$ и значения параметра B для порохового газа подсчитываются по формуле (2.27) по определяющей температуре

$$T_{опр} = \frac{\bar{T}_{гп} + T_{пов}}{2} = \frac{2T_{пов} + T_{гпн} + T_{гп}}{4}.$$

Из зависимости (5.25) следует, что при квазистационарной постановке задачи теплоотдача по длине газопровода меняется слабо. Из этой же зависимости получим вспомогательную формулу

$$\frac{\alpha_{гп}}{G_г} = \frac{B_1}{d_{гп}^{1,8}} G_г^{-0,2}. \qquad (5.26)$$

В автоматическом оружии за один цикл работы порядка нескольких миллисекунд внутренняя поверхность газопровода не успевает заметно прогреться. В то же время с точки зрения обеспечения надежной работы БГУ наибольшее значение имеет первый выстрел, когда температура внутренней поверхности практи-

чески постоянна и незначительно отличается от температуры окружающей среды. Исходя из этого, для определения температуры внутренней поверхности газопровода примем формулу (2.39) для нагрева пластины, которая предполагает осреднение коэффициента теплоотдачи и температуры газа для каждого сечения как по длине, так и по времени. Из этой формулы получим следующее выражение для средней температуры внутренней поверхности при текущей координате газопровода z

$$T_{пов}(z,t) = T_{пов.0} + (\tilde{T}_{гп} - T_{пов.0})\frac{2}{\sqrt{\pi}} T_i = T_{пов.0}\left(1 - \tilde{\nu}_{гп}\frac{2}{\sqrt{\pi}} T_i\right), \qquad (5.27)$$

где $T_i = B_i\sqrt{F_0}$; $B_i = \frac{\alpha_{гп}\delta}{\lambda_c}$; $F_0 = \frac{a_{ст}\,t}{\delta^2}$; $a_{ст} = \frac{\lambda_c}{c_c\rho_c}$;

2δ – толщина стенки; $\tilde{\nu}_{гп} = 1 - \frac{T_{пов\,0}}{\tilde{T}_{гп}}$; $\tilde{T}_{гп} = \frac{\tilde{T}_{гпн} + \tilde{T}_{гп}}{2}$;

$\tilde{T}_{гпн}$, $\tilde{T}_{гп}$ – средние по времени значения температуры торможения в начале и в текущем сечении газопровода; $T_{пов\,0}$ – температура внутренней поверхности газопровода до выстрела; t – время теплового воздействия, отсчитываемое от момента начала работы газопровода.

Таким образом, для расчета течения газа в газопроводе имеем систему, состоящую из уравнений (5.18)-(5.21), (5.24) с дополнительными уравнениями (5.26) и (5.27). При этом уравнение (5.27) решается отдельно. Решение системы позволяет подсчитать параметры газа в конце газопровода, из которых основными являются отношение $\bar{T}_{гпк} / \bar{T}_{гпн}$ и давление в конце газопровода $\rho_{гпк}$. При расчете лучше всего задаваться числом $M_к$.

Из уравнения (5.19) методом последовательных приближений найдем отношение $\rho_{гп} / \rho_{гпн}$, полагая в первом приближении $\alpha\rho = \alpha\rho_н$. Затем из уравнений (5.20) и (5.21) определим статическую температуру и температуру торможения, и после интегрирования уравнения (5.24) получим соответствующее значение поверхности газопровода и его длины z . Среднюю температуру внутренней поверхности газопровода при необходимости определим из уравнения (5.27).

Учитывая, что величина $\alpha_{гп}$ по длине газопровода меняется незначительно, уравнение (5.24) можно проинтегрировать приближенно, если принять линейный характер изменения параметра $\nu_{гп}$ по длине газопровода:

$$\nu_{гп} = \nu_{ср} = \frac{\nu_н + \nu}{2}.$$

После интегрирования получим

$$\ln \frac{\bar{T}_{гп}}{\bar{T}_{гпн}} = -\frac{k-1}{kR} \frac{\alpha_{гп}}{G_г} \nu_{ср} S_{гп},$$

откуда

$$\ln \frac{\bar{T}_{гп}}{\bar{T}_{гпн}} = \frac{k-1}{2kR} \frac{\alpha_{гп}}{G_г} \left(2 - \frac{T_{пов}}{\bar{T}_{гпн}} - \frac{T_{пов}}{\bar{T}_{гпн}} \frac{\bar{T}_{гпн}}{\bar{T}_т}\right) S_{гп}. \qquad (5.28)$$

Применение уравнения (5.28) упрощает расчет, так как позволяет определить параметры газа непосредственно в конце газопровода. Для дозвуковых течений после внезапного расширения можно принимать

$$\bar{T}_{гп} = T_{гп} \qquad \text{и} \qquad 1 + \frac{k-1}{2} \bar{M}^2 \approx 1.$$

Начальные значения параметров определяются из решения задачи о внезапном расширении потока, т.е. решением системы уравнений (3.39), (3.48)-(3.50), (3.55) для ступенчатого газопровода и берутся критическими значениями для цилиндрического газопровода постоянного сечения. Сечение, в котором параметры газа установятся после внезапного расширения, условно отнесем к месту уширения газопровода (см.рис.5.4).

Во всех случаях следует учитывать падение полного давления во входной части газопровода. Для газопровода со ступенчатым сужением падение полного давления имеет место как на входе в газопровод (коэффициент потерь полного давления χ_0 определяется из табл.5.2), так и при сужении потока в калибрующей части газопровода. Коэффициент потерь полного давления в калибрующей части газопровода $\chi_н$ определяется либо по формуле (3.50) из расчета течения при внезапном сужении, либо по приближенной зависимости (3.97) для критического режима течения. Полное давление потока после внезапного расширения до сечения $н$

$$\bar{p}_н = \chi_0 \chi_н \chi_м \bar{p}_г , \qquad (5.29)$$

где $\chi_м$ – коэффициент потерь полного давления при внезапном расширении, определяемый по формуле (3.50). Давление в наименьшем сечении газопровода при критическом режиме зависит только от потерь на входе в газопровод

$$p_m = p^* = x^* \chi_0 \bar{p}_г .$$

Из анализа системы для расчета течения газа в газопроводе видно, что решение ее зависит от параметра $\frac{\alpha_{гп}}{G_г} S_{гп}$, от начальных условий, т.е. параметров газа после внезапного расширения, и безразмерной величины $\alpha \rho_н$. Влияние температуры внутренней поверхности для первых выстрелов менее существенно, и его следует учитывать только в случае автоматической стрельбы. Поэтому можно записать, что

$$\frac{p_{гп}}{p_{гпн}} , \frac{T_{гп}}{T_{гпн}} , \frac{\bar{T}_{гп}}{\bar{T}_{гпн}} = f_{1,2,3}\left(\frac{\alpha_{гп}}{G_г} S_{гп} , M_н , \alpha \rho_н\right),$$

На основании расчетов можно сделать вывод, что основным параметром, от которого зависит решение, а следовательно, и потери на теплоотдачу, является величина $\frac{\alpha_{гп}}{G_г} S_{гп}$. Так как согласно формуле (5.26) отношение $\frac{\alpha_{гп}}{G_г}$ пропорционально величине $G_г^{-0,2} / d_{гп}^{1,8}$, то при заданных размерах газопровода относительная потеря на теплоотдачу будет определяться величиной $G_г^{-0,2}$ и возрастать с уменьшением секундного расхода газа. Это означает, что среднее значение тепловых потерь будет больше в тех случаях, когда меньше средние значения термодинамических параметров газа в стволе.

Для данного ствола и газопровода отношение $\bar{T}_{гпк} / \bar{T}_{гпн}$ является слабой функцией времени и существенно меняется лишь в конце периода наполнения, когда поступление энергии из ствола в камеру относительно невелико. Это обстоятельство позволяет упростить расчет НГУ, так как потери на теплоотдачу принимаются как средние значения, определяемые для некоторого характерного времени $t_{ср}$. В качестве $t_{ср}$ лучше всего принимать время, соответствующее среднему за период наполнения значению секундного расхода газа, который определим, аппроксимируя давление и температуру газов в стволе у отверстия экспоненциальными зависимостями

$$p_r = p_{r0}\, e^{-b_1 t}; \quad T_r = T_{r0}\, e^{-b_2 t}, \tag{5.30}$$

в которых p_{r0}, T_{r0} – начальные значения давления и температуры в стволе у отверстия;

$$b_1 = p_{r0}/i_r \; ; \quad i_r = \int_0^{t_r} p_r\, dt \quad \text{– удельный подведенный импульс.}$$

Тогда

$$p_r \sqrt{RT_r} = p_{r0} \sqrt{RT_{r0}}\; e^{-bt}; \tag{5.31}$$

$$\frac{p_r}{\sqrt{RT_r}} = \frac{p_{r0}}{\sqrt{RT_{r0}}}\, e^{-ct}, \tag{5.32}$$

где

$$b = b_1 + \frac{1}{2} b_2 \; ; \quad c = b_1 - \frac{1}{2} b_2 \; ;$$

b_2 – параметр изменения температуры, определяемый по аналогии с параметром b_1, исходя из площади под кривой зависимости $T_r(t)$. В среднем для автоматического оружия $b_1 = 0{,}91\, b$; $c = 0{,}82\, b$.

Среднее значение секундного расхода зависит от комплекса

$$\left(\frac{p_r}{\sqrt{RT_r}}\right)_{cp} = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \frac{p_r}{\sqrt{RT_r}}\, dt = \frac{1}{ct_1} \frac{p_{r0}}{\sqrt{RT_{r0}}} (1 - e^{-ct_1}).$$

С другой стороны

$$\left(\frac{p_r}{\sqrt{RT_r}}\right)_{cp} = \frac{p_{r0}}{\sqrt{RT_{r0}}}\, e^{-ct_{cp}},$$

тогда

$$ct_{cp} = \ln \frac{ct_1}{1 - e^{-ct_1}}. \tag{5.33}$$

Время периода наполнения t_1 вычисляется по ориентировочному значению максимального давления в камере БГУ из условия $p_r = p_{km}$, $p_{km} = p_{r0}\, e^{-b_1 t_1}$, откуда $t_1 = \frac{1}{b_1} \ln \frac{p_{r0}}{p_{km}}$ или $ct_1 = 0{,}9 \ln \frac{p_{r0}}{p_{km}}$.

Решение задачи упрощается, если пренебречь влиянием параметра $\alpha\rho$, что допустимо, если $\bar{T}_{rnk} / \bar{T}_{rдн} < 0{,}8$, или, если

среднее за период наполнения значение параметра $\alpha\bar{\rho}_г < 0{,}05$, а также в случае относительно коротких газопроводов. При этом уравнение (5.19) выпадает из системы, а вся система (5.18)-(5.21) принимает вид:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\rho_{гп}}{\rho_{гпн}} &= \frac{1+kM_н^2}{1+kM^2}; \\ \frac{T_{гп}}{T_{гпн}} &= A\left(\frac{M}{1+kM^2}\right)^2; \\ \frac{\bar{T}_{гп}}{T_{гп}} &= 1+\frac{k-1}{2}M^2, \end{aligned}\right\} \qquad (5.34)$$

где $A = \left(\frac{1+kM_н^2}{M_н}\right)^2$.

Уравнение (5.28) и дополнительная зависимость (5.26) не меняют своего вида.

Рассмотренная методика определения потерь на теплоотдачу в газопроводе применима и при докритическом режиме работы БПУ. Однако в конце наполнения камеры зависимости (5.25) и (5.26) вследствие малых скоростей движения газа теряют силу. Поэтому при непрерывном по времени расчете отношения $\bar{T}_{гпк}/\bar{T}_{гпн}$ можно ограничиться значением функции противодавления $Y_к \geqslant 0{,}05$, полагая дальше отношение постоянным.

Протекание газа по газопроводу занимает некоторое время, соизмеримое с временем рабочего процесса, а иногда и с временем работы автоматики. Последний случай является характерным для автоматических пушек, у которых автоматика работает в течение почти всего рабочего процесса БПУ. Вследствие этого перемещения звеньев автоматики оказываются сдвинутыми по времени относительно внутрибаллистического процесса, т.е. время цикла автоматики возрастает. Для определения времени пребывания газа в газопроводе воспользуемся уравнением

$$dt = \frac{dz}{v_{гп}}.$$

Перейдя от длины z к поверхности

$$S_{гп} = \pi d_{гп} z$$

и выразив скорость течения по газопроводу газа через число M

$$v_{гп} = M a_{гп} = M\sqrt{kRT_{гп}}\,, \qquad (5.35)$$

получим уравнение

$$dt = \frac{1}{\pi d_{гп}} \frac{dS}{M\sqrt{kRT_{гп}}}\,, \qquad (5.36)$$

которое решается численно совместно с системой, описывающей течение газа в газопроводе.

Аналитическое решение уравнения (5.36) возможно, если задать наперед закон изменения скорости течения газа по длине, например, параболический. При этом средняя скорость течения газа выразится через скорости течения в начале и конце газопровода

$$v_{гп} = v_{ср} = v_к + \frac{v_н - v_к}{3} = \frac{v_н}{3}\left(2\frac{v_к}{v_н} - 1\right),$$

а отношение $v_к / v_н$ на основании формулы (5.35) равно

$$\frac{v_к}{v_н} = \frac{M_к}{M_н}\sqrt{\frac{T_{гпк}}{T_{гпн}}}.$$

Тогда время пребывания газа в газопроводе

$$t_{гп} = \frac{l_{гп}}{v_{ср}} = 3\frac{l_н}{v_н}\frac{1}{2\frac{v_к}{v_н} - 1}\,, \qquad (5.37)$$

где $v_н = M_н\sqrt{kRT_{гпн}}$.

Время $t_{гп}$ возрастает по мере течения рабочего процесса, так как число $M_н$ при этом убывает. Возрастание $t_{гп}$ будет значительным в конце периода наполнения, когда наружное противодавление резко уменьшит расход до нуля. Однако, чтобы определить приход газа в камеру БГУ по времени в конечную часть периода наполнения следует рассмотреть переходные процессы в газопроводе, т.е. стационарной моделью расчета воспользоваться нельзя. Для определения сдвига кривой давления в камере БГУ достаточно подсчитать время $t_{гп}$, соответствующее времени $t_{ср}$, при котором определяются потери на теплоотдачу в газопроводе.

Рассмотренную методику определения потерь на теплоотдачу целесообразно использовать для достаточно длинных газопроводов обычно когда $l_{гп}/d_{гп} > 20$. В коротких газопроводах потери на теплоотдачу невелики и их можно оценивать по приближенной эмпирической формуле, полученной путем обработки рассчетных данных

$$\frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}} = 1 - 0{,}003\,\frac{l_{гп}}{d_{гп}}, \qquad (5.38)$$

а временем пребывания газа в газопроводе пренебречь. Блок-схема расчета течения газа в газопроводе на ЭВМ в период наполнения, включающая в себя определение расходных характеристик, отношения температур торможения и давления приведена на рис.5.6.

Пример 5.2. Определить относительную потерю на теплоотдачу стенкам газопровода для данных примера 5.I.

Решая задачу о внезапном расширении потока (см.пример 3.I), найдем параметры газа в начале уширенной части $M_н = 0{,}3I6$; $M_н^2 = 0{,}I00$; $\alpha\rho_н = 0{,}229$; $T_{гпн} = I620$ К. Примем в дальнейшем $\bar{T}_{гп} = T_{гп}$; $T_{пов} = 375$ К. Для расчета используем систему уравнений (5.I9), (5.20), (5.26), (5.28) для конечного сечения газопровода:

$$\frac{\alpha\rho_{гпк}}{1-\alpha\rho_к}\;\frac{1-\alpha\rho_н}{\alpha\rho_{гпн}} = C\,\frac{1+k\,\frac{M_к^2}{1-\alpha\rho_к}}{M_к^2};$$

$$\frac{T_{гпк}}{T_{гпн}} = A\left(\frac{M_к}{1+k\,\frac{M_к^2}{1-\alpha\rho_к}}\right)^2;$$

$$\frac{\alpha_{гп}}{G_г} = \frac{B_1}{d_{гп}^{1,8}}\,G_г^{-0,2};$$

$$\ln\frac{T_{гпн}}{T_{гпк}} = \frac{k-1}{2kR}\,\frac{\alpha_{гп}}{G_г}\left(2 - \frac{T_{пов}}{T_{гпн}} - \frac{T_{пов}}{T_{гпк}}\right)S_{гп},$$

где $$C = \frac{M_н^2}{1+k\,\frac{M_н^2}{1-\alpha\rho_н}}, \qquad A = \left(\frac{1+k\,\frac{M_н^2}{1-\alpha\rho_н}}{M_н}\right)^2,$$

$$T_{опр} = \frac{T_{гпн} + T_{гпк} + 2T_{пов}}{4}.$$

I. Определение констант.

$$\frac{\alpha \rho_{гпн}}{1-\alpha \rho_н} = 0{,}0235\,; \quad \frac{k-1}{2kR}\ \frac{0{,}25}{2\cdot 1{,}25\cdot 348} = 2{,}872\cdot 10^{-4};$$

$$d_{гп}^{1{,}8} = 0{,}055^{1{,}8} = 0{,}8563\cdot 10^{-4}\,; \quad G_г^{-0{,}2} = 0{,}1126^{-0{,}2} = 1{,}548;$$

$$C = \frac{0{,}100}{1+1{,}25\ \dfrac{0{,}100}{1-0{,}0229}} = 0{,}0886\,; \qquad C\ \frac{\alpha \rho_{гпн}}{1-\alpha \rho_н} = 0{,}00208\,;$$

$$A = \left(\frac{1+1{,}25\ \dfrac{0{,}100}{1-0{,}0229}}{0{,}316}\right)^2 = 12{,}72\,.$$

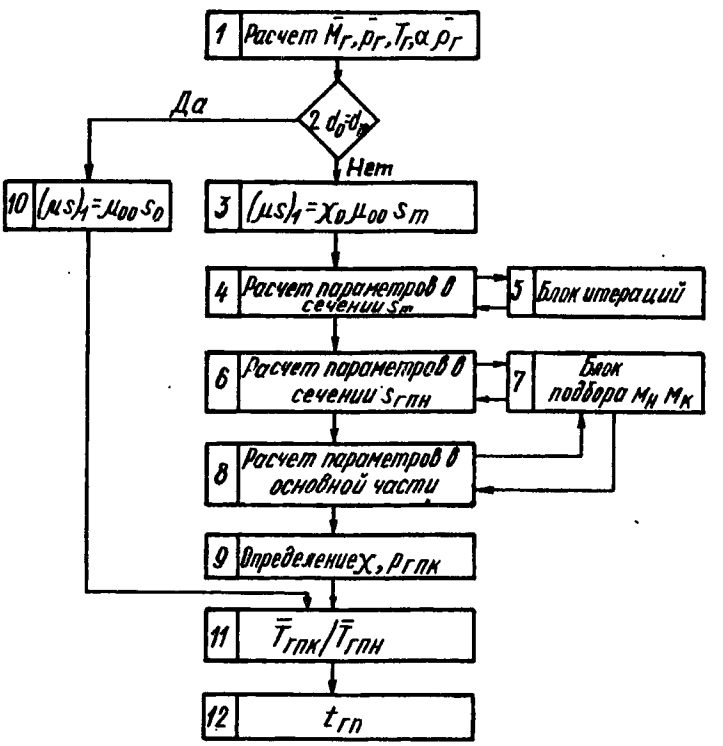


Рис.5.6. Блок-схема расчета течения газа в газопроводе

2. Определение отношения $\bar{T}_{гпк} / \bar{T}_{гпн}$.

Система решается методом последовательных приближений с

интерполяцией результатов на $S_{гп}$ =0,0145 м^2 (в поверхность теплоотдачи включена вся поверхность газопровода).

Приведем результаты последнего приближения $M_к$ =0,217; $M_к^2$ =0,0682; $\alpha\rho_к$ =0,040 (из предыдущего приближения).

$$\frac{\alpha\rho_{гпк}}{1-\alpha\rho_к} = 0{,}002082\,\frac{1+1{,}25\,\dfrac{0{,}682}{1-0{,}040}}{0{,}0682} = 0{,}432; \quad \alpha\rho_{гпк} = 0{,}0414;$$

$$\frac{T_{гпк}}{T_{гпн}} = 12{,}72\left(\frac{0{,}217}{1+1{,}25\,\dfrac{0{,}628}{1-0{,}0414}}\right)^2 = 0{,}5308;$$

$$T_{гпк} = 0{,}5308\cdot 1620 = 860\,К.$$

$$ln\,\frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}} = 0{,}6336; \qquad T_{опр} = \frac{1620+860+750}{4} = 808.$$

$$B = 5{,}181; \quad B_1 = 1{,}213\cdot 5{,}181 = 6{,}285; \quad \frac{\alpha_{гп}}{G_г} = \frac{6{,}285}{0{,}8563\cdot 10^{-4}} = 11{,}36\cdot 10^4,$$

$$0{,}6336 = 2{,}872\cdot 10^{-4}\cdot 11{,}36\left(2-\frac{375}{1620}-\frac{375}{860}\right)S_{гп}.$$

Окончательно получим $\bar{T}_{гпк}/T_{гпн}$ =0,5308; $S_{гп}$ =0,0145 м^2.

Зависимость отношения $\bar{T}_{гпк}/T_{гпн} = f(t)$ для данного примера, полученная расчетом на ЭВМ, приведена на рис.5.7. Из рисунка видно, что вначале отношение $\bar{T}_{гпк}/\bar{T}_{гпн}$ убывает, а затем начинает возрастать. Характер изменения относительной потери на теплоотдачу объясняется противоположным влиянием падения температуры газа в стволе по времени, отчего потери на теплоотдачу должны уменьшаться, и уменьшением секундного расхода газа, приводящему к увеличению потерь.

Рассмотрим особенности работы газопровода при истечении в среду с противодавлением. Расчет течения газа в газопроводе можно производить, если газопровод работает полностью, т.е. по всей его длине имеет место течение, подчиняющееся закономерностям "теплового" сопла. При наличии противодавления работа

газопровода носит более сложный характер и аналогична работе обычного сверхзвукового сопла.

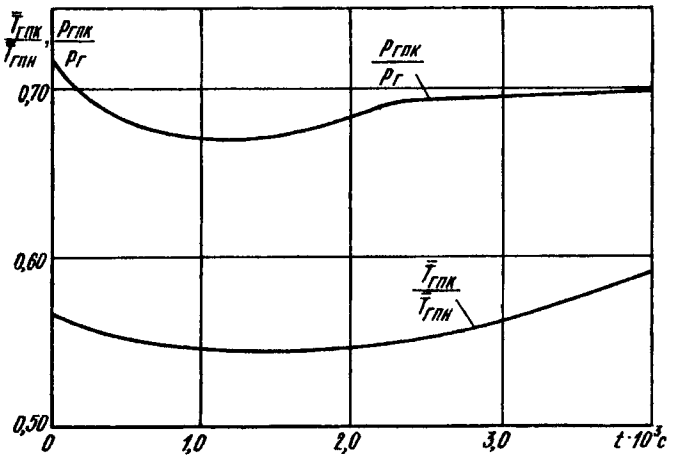


Рис.5.7. Расчетные зависимости $\bar{T}_{гпк}/\bar{T}_{гпн}$, $p_{гпк}/p_г = f_{1,2}(t)$ для газопровода буфера авиапушки АМ-23

После выхода из калибрующей части поток претерпевает внезапное расширение, сопровождающееся при дозвуковом течении падением скорости и возрастанием давления и температуры, а при сверхзвуковом течении - возрастанием скорости и уменьшением давления и температуры. Если течение после внезапного расширения дозвуковое, в уширенной части происходит дальнейшее падение скорости и возрастание давления и температуры (см.параграф 3.8). Если течение после внезапного расширения сверхзвуковое, скорость течения продолжает возрастать, а давление и температура падать. Определить однозначно характер течения в основной части газопровода можно только при докритическом режиме работы БГУ: в этом случае течение будет дозвуковым по всей длине газопровода.

При сверхкритическом (критическом) режиме работы БГУ в калибрующей части ступенчатого газопровода скорость течения теоретически должна быть равна скорости звука. В действительности, вследствие неодномерного характера течения и потерь на теплоотдачу, скорость газа в калибрующей части может отличаться от скорости звука равновероятно в большую или меньшую сто-

рону. Отклонение скорости газа перед внезапным расширением от скорости звука ведет к качественно различному характеру изменения параметров при течении по основной (уширенной) части газопровода, что влияет не только на потери на теплоотдачу, но и на продолжительность сверхкритического и докритического режимов периода наполнения БГУ.

На основе анализа опытных данных, теоретического анализа течения газа в калибрующей и уширенной частях газопровода можно предположить, что в основной части газопровода наиболее вероятен дозвуковой режим. При сверхзвуковом режиме должно иметь место значительное понижение давления и температуры вследствие внезапного расширения и потерь на теплоотдачу. Это привело бы к значительному снижению потерь на теплоотдачу и повышению давления в камере БГУ, что не подтверждается опытом.

Рассмотрим работу газопровода в период наполнения БГУ при дозвуковом течении. При этом газопровод работает полностью, если, по крайней мере, расчетное давление в конце газопровода больше давления в камере (рис.5.8,а). Так как в период наполнения давление в газопроводе, вслед за давлением в стволе, падает, а давление в камере вначале возрастает, а затем, пройдя через максимум, относительно медленно падает, отношение $p_{гпк}/p_к$ будет все время уменьшаться. В некоторый момент давление в камере сравняется с давлением в конце газопровода и сверхкритический режим наполнения закончится (рис.5.8,б). Начиная с этого момента, давление в конце газопровода регулируется давлением в камере, что приводит к повышению давления в начале газопровода и к перестройке течения в калибрующей части, т.е. к увеличению давления выше критического значения (рис.5.8,в). При этом уменьшаются скорости течения в калибрующей и основной части газопровода, уменьшаются перепады давлений в начале и в конце газопровода, и при внезапном расширении.

Происходит выравнивание давлений по длине газопровода, сопровождающееся увеличением отношения $p_{гпт}/p^*$. В некоторый момент давления в стволе и камере сравниваются и по всему газопроводу устанавливается одинаковое давление, скорость течения равна нулю (рис.5.8,г). Период наполнения закончился. Таким образом конструкция и длина газопровода, влияя на продолжительность периода наполнения в целом, увеличивают продолжи-

тельность сверхкритического режима наполнения. При докритическом режиме наполнения течение газа в газопроводе описывается той же самой системой уравнений (5.18)-(5.21), (5.28) или системой (5.34). Однако методика решения систем уравнений усложняется, так как параметры газа в начале газопровода приходится подбирать под давление в конце газопровода. Такое решение целесообразно проводить для стендовых установок при проведении экспериментов.

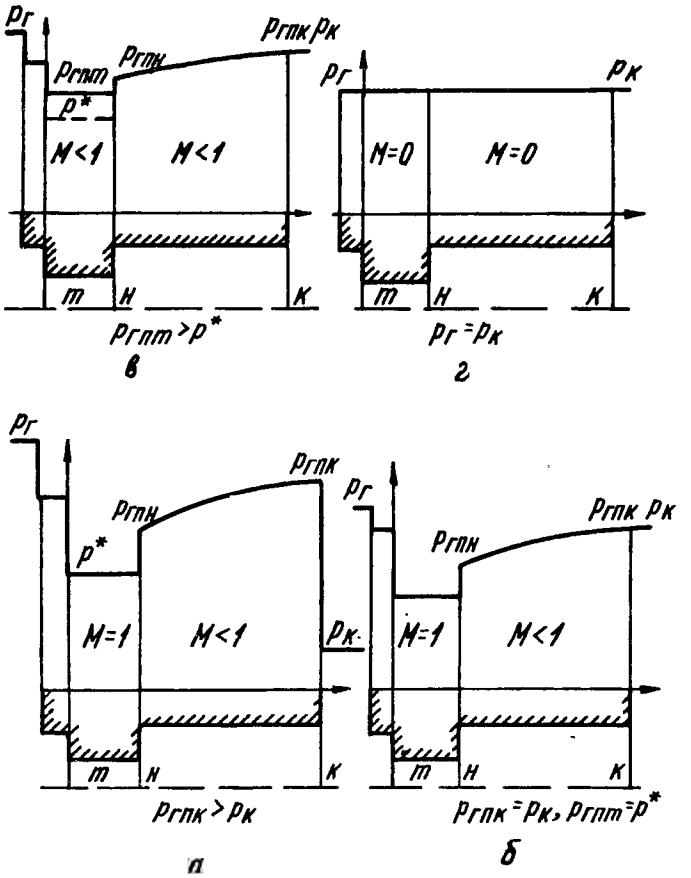


Рис.5.8.Влияние противодавления на работу газопровода БГУ

При расчете БГУ достаточно ограничиться расчетом течения только при сверхкритическом режиме, полагая отношение $\bar{T}_{гпк}/\bar{T}_{гпн}$ в дальнейшем постоянным. Такое допущение приемлемо, если учесть, что длинный газопровод значительно сокращает продолжительность докритического режима периода наполнения, а следо-

вательно, уменьшает его влияние. Кроме того, в крупнокалиберном автоматическом оружии, где применение длинных газопроводов более вероятно, относительное влияние докритического режима значительно меньше, чем сверхкритического.

Рассмотренный механизм работы газопровода в условиях противодавления отличается от общепринятого представления, согласно которому при дозвуковом режиме течения газа давление в выходном сечении насадка равно наружному противодавлению.

Однако это отличие относится только к сверхкритическому режиму течения; при докритическом режиме равенство давлений строго соблюдается.

Преимущество такого механизма очевидно: газопровод является самостоятельным элементом в подсистеме проектирования БГУ и при просчитывании разных вариантов конструкций расчет течения газа в газопроводе производится только один раз.

5.5. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА БОКОВОГО ГАЗОВОГО УСТРОЙСТВА

В общем случае задача расчета БГУ формулируется следующим образом: при известных законах изменения параметров газа в стволе у отверстия $\rho_r(t)$, $T_r(t)$, $v_r(t)$ определить законы изменения параметров газа в камере $\rho_к(t)$, $T_к(t)$, $\rho_к(t)$, а также скорости и пути поршня $V_п(t)$, $X_п(t)$. Для решения задачи необходимо иметь пять уравнений: энергии, сохранения вещества, уравнение движения поршня, приводящееся к двум дифференциальным уравнениям первого порядка, и уравнение состояния. Расчет любого БГУ на практике производится в квазистационарной постановке. Примем при этом следующие допущения.

I. Секундный расход газа через газопровод и при утечках из камеры через зазоры определяется по зависимостям стационарного истечения по мгновенным значениям параметров газа в стволе и камере.

2. Термодинамические характеристики газа в стволе, газопроводе и камере c_p, c_W, k, R принимаются постоянными средними значениями. Для газопровода и БГУ k =I,25; R =348 Дж/кг·К.

3. Газ в стволе подчиняется уравнению состояния

$$\frac{\rho}{\rho}(1-\alpha\rho)=RT,$$

для газа в камере справедливо уравнение Клапейрона

$$p_к W_к = \omega_к R T_к .$$

В основе расчета любого БГУ лежит уравнение энергии, называемое основным уравнением рабочего процесса [16]. При выводе основного уравнения рабочего процесса будем учитывать все виды потерь энергии (см.рис.5.1): потери на теплоотдачу стенкам газопровода и камеры, характеризуемых секундными значениями $\frac{dQ_{гп}}{dt}$, $\frac{dQ_к}{dt}$; уход энергии через зазор между поршнем и цилиндром и сбросовые отверстия, значение которого в единицу времени равно $c_{pк} T_к G_к$, где $G_к$ - секундная утечка газа из камеры; газ в камере совершает работу на перемещение поршня $p_к \frac{dW_к}{dt}$.

В общем случае рабочий процесс в камере БГУ можно разделить на два периода - период наполнения и период обратного истечения (см.параграф 5.1). В период наполнения секундный уход энергии газа из ствола в газопровод равен $c_p \bar{T}_г G_г$, а в период обратного истечения секундный уход энергии из камеры через газопровод равен $c_{pк} T_к G_к$.

Рассмотрим вывод основного уравнения рабочего процесса для периода наполнения. Так как скорость направленного движения газа в камере относительно невелика, то состояние газа в камере можно характеризовать средними значениями термодинамических параметров $p_к$, $T_к$, $\rho_к$, а в качестве уравнения энергии использовать первое начало термодинамики, записанное для всего объема $dQ = dU + p_к dW_к$

или в единицу времени

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dU}{dt} + p_к \frac{dW_к}{dt} . \qquad (5.39)$$

Величину $\frac{dQ}{dt}$ в уравнении (5.39) можно рассматривать как суммарное количество энергии, подведенное к газу в камере в единицу времени. В соответствии с схемой энергетических воздействий

$$\frac{dQ}{dt} = c_{pг} \bar{T}_г G_г - c_{pк} T_к G_к - \frac{dQ_{гп}}{dt} - \frac{dQ_к}{dt} . \qquad (5.40)$$

Определим величину $\frac{dU}{dt}$, полагая, что газ в камере представляет собой механическую смесь относительно "холодного" началь-

ного газа (при первом выстреле - воздуха) и порохового газа, поступающего из ствола. Тогда

$$U = (c_{W_0}\omega_0 + c_{W_г}\omega_г)T_к,$$
$$\omega_к R_к = R_0\omega_0 + R_г\omega_г.$$

Из уравнения состояния

$$T_к = \frac{p_к W_к}{R_к \omega_к}$$

и после элементарных преобразований получим

$$\frac{dU}{dt} = \frac{c_{W_г}}{R_г}\frac{d}{dt}(Z_0 p_к W_к), \qquad (5.41)$$

где

$$Z_0 = \frac{R_г\omega_г + k' R_0 W_0}{R_г\omega_г + R_0\omega_0}, \quad k' = \frac{k_г - 1}{k_0 - 1}. \qquad (5.42)$$

Параметр Z_0 - величина переменная, особенно в начальный период истечения, и учитывает различия в свойствах отдельных газов, составляющих смесь. Если природа поступающего и начального количества газа одинакова, то $k' = 1$ и $Z_0 = 1$. Подставив выражение (5.40) в исходное уравнение (5.39) и использовав выражение (5.41), получим после преобразований

$$\frac{d}{dt}(Z_0 p_к W_к) = k_г R_г \bar{T}_г G_г - k'' R_г T_к G_к - (k_г - 1)\left(\frac{dQ_{гп}}{dt} + \frac{dQ_к}{dt} + p_к\frac{dW_к}{dt}\right), \qquad (5.43)$$

где

$$k'' = \frac{c_{pк}}{c_{W_г}} = k k' \frac{R_к}{R_г}.$$

Условимся опускать в дальнейшем индекс "г" при константах порохового газа. Преобразуем далее уравнение (5.43). Представив потери на теплоотдачу в газопроводе через разность температур торможения в начале и в конце газопровода

$$\frac{dQ_{гп}}{dt} = c_p(\bar{T}_{гпн} - \bar{T}_{гпк})G_г$$

и учитывая, что $\bar{T}_{гпн} = \bar{T}_г$, получим

$$kR\bar{T}_г G_г - (k-1)\frac{dQ_{гп}}{dt} = kR\bar{T}_{гпк} G_г = kR\bar{T}_г G_г \left(\frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}}\right). \qquad (5.44)$$

Имея ввиду порядок члена, учитывающего утечки из камеры и то, что величина k'' отличается от показателя изэнтропы k только в начальную часть периода наполнения, когда утечки невелики, примем $k''=k$. Подставив выражение (5.44) в уравнение (5.43), получим окончательно уравнение энергии для периода наполнения в виде

$$\frac{d}{dt}(Z_0\rho_к W_к) = kR\bar{T}_г G_г \frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}} - kRT_к G_к - (k-1)\left(\frac{dQ_к}{dt} + p_к \frac{dW_к}{dt}\right). \quad (5.45)$$

Заметим, что уравнение (5.45) не меняет вида при любом законе движения поршня, в том числе и при движении его в сторону уменьшения объема камеры.

Очевидно, что уравнение сохранения вещества для периода наполнения запишется

$$\frac{d\omega_к}{dt} = G_г - G_к$$

и вся система уравнений рабочего процесса в целом будет иметь вид

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}(Z_0\rho_к W_к) = kR\bar{T}_г G_г \frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}} - kRT_к G_к - (k-1)\left(\frac{dQ_к}{dt} + p_к \frac{dW_к}{dt}\right);\\
&\frac{d\omega_к}{dt} = G_г - G_к ;\\
&\frac{d}{dt}(MV_п) = \pm s_п p_к - R_c ;\\
&\frac{dX_п}{dt} = \pm V_п ;\\
&p_к W_к = \omega_к RT_к .
\end{aligned}\right\} \quad (5.46)$$

Знак "плюс" в уравнении движения берется, когда сила $s_п p_к$ является движущей, знак "плюс" перед скоростью берется, если направление отсчета пути совпадает с направлением движения поршня.

В период обратного истечения уход энергии через газопровод определяется величиной $c_p T_к G_г$, а потери на теплоотдачу стенкам газопровода влияют на рабочий процесс через расход $G_г$.

Поэтому меняют вид только два первые уравнения системы

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{dt}(Z_{01}\rho_к W_к) &= -kRT_к(G_г+G_к)-(k-1)\left(\frac{dQ_к}{dt}+\rho_к\frac{dW_к}{dt}\right),\\ \frac{d\omega_к}{dt} &= -G_г-G_к,\end{aligned}\right\} \qquad (5.47)$$

где Z_{01} – значение функции Z_0 в конце периода наполнения. Заметим, что учет влияния начального количества газа в камере целесообразен только при давлениях, не превышающих 2 МПа. Такие давления имеют место при наполнении газовых буферных устройств и накатников. В остальных случаях Z_0=I.

5.6. РАСЧЕТ ГАЗОВОГО ДВИГАТЕЛЯ ОДНОКАМЕРНОГО ТИПА

Расчет рабочего процесса в камере БГД однокамерного типа лежит в основе расчета всех БГД поршневого типа. В этом смысле однокамерный БГД является базовым двигателем. Математически точный метод расчета БГД сводится к интегрированию системы уравнений рабочего процесса в камере двигателя совместно с уравнением движения автоматики (основного звена). При приведении системы к рабочему виду примем дополнительно допущения.

I. Влиянием различия в свойствах начального и поступающего из ствола газа пренебрегаем, т.е. функция Z_0 = I и рабочим телом является пороховой газ.

2. Потери на теплоотдачу стенкам камеры учитываем с помощью уравнения Ньютона–Рихмана, которое запишем в виде

$$\frac{dQ_к}{dt}=\int_0^{S_к}\alpha_к(T_к-T_{повк})\,dS_к. \qquad (5.48)$$

В уравнении (5.48) в качестве определяющей принята средняя температура газа в камере. В общем случае температура внутренней поверхности камеры $T_{повк}$ должна определяться из уравнения теплопроводности для стенки, в качестве решения которого может быть взято, например, выражение (5.27). Однако расчет температуры $T_{повк}$ целесообразен только при рассмотрении вопроса о влиянии автоматической стрельбы на работу БГД и автоматики. Проектирование БГД и его расчет следует вести

для первого выстрела, при котором имеют место наиболее неблагоприятные условия работы. При одном выстреле нагрев стенок камеры незначителен и $T_{пов.к}$ = 300 К.

Сложнее обстоит вопрос с определением теплоотдачи газа в камере, для которого не подходит ни одна из критериальных зависимостей, имеющихся в литературе. Поэтому в практике расчета БГУ используют зависимости вида (2.28). Будем применять зависимость $\alpha_к = \alpha_0 \rho_к$. При этом уравнение (5.48) преобразуется к виду

$$\frac{dQ_к}{dt} = \frac{\alpha_0}{R} \rho_к \nu_к S_к , \qquad (5.49)$$

где $\nu_к = 1 - \frac{T_{пов.к}}{T_к}$.

Исследования, проведенные различными авторами, показали, что значение α_0 постоянно только в период обратного истечения. При наполнении камеры оно существенно меняется, убывая по мере наполнения и стремясь к некоторому постоянному значению. Тем не менее коэффициент α_0 принимают постоянным в течение всего периода наполнения, так как получить достаточно универсальную зависимость для переменного α_0 не удается.

Примем на основе опытных данных [16,34] для периода наполнения α_{01} = 420 Втм/кг·К; для периода обратного истечения α_{02} = 170 Втм/кг·К.

3. Утечки через зазоры и сбросовые отверстия учитываем с помощью формулы (3.15) для критического режима истечения. Так как состояние газа в камере подчиняется уравнению Клапейрона, для секундного расхода при утечках имеем выражение

$$G_к = \mu_\Delta s_\Delta k_0 \frac{p_к}{\sqrt{RT_к}} = \mu_\Delta s_\Delta k_0 \sqrt{\rho_к p_к} . \qquad (5.50)$$

В общем случае $\mu_\Delta s_\Delta = \mu_{\Delta 1} s_{\Delta 1} + \mu_{\Delta 2} s_{\Delta 2}$, где $\mu_{\Delta 1} s_{\Delta 1}$ – приведенная площадь сечения зазора между поршнем и цилиндром; $\mu_{\Delta 2} s_{\Delta 2}$ – приведенная площадь истечения для сбросовых отверстий. Коэффициент расхода для сбросовых отверстий следует брать

как для случая истечения из сосуда без направленного движения газа в нем, т.е. $\mu_{\Delta 2} = \mu_{0\infty}$. Площадь $\mu_{\Delta 1} s_{\Delta 1}$ определяется в зависимости от характера поршневого уплотнения, применяемого для уменьшения утечек.

В газовых двигателях применяются уплотнения лабиринтного типа и уплотнения поршневыми кольцами. Для уплотнений лабиринтного типа известна площадь сечения зазора

$$s_\Delta = \pi d_п \frac{\Delta d_п}{2}$$

и экспериментально определяется значение коэффициента расхода $\mu_{\Delta 1}$. На основе экспериментальных данных для БГД была получена [35] следующая эмпирическая зависимость для $\mu_{\Delta 1}$, справедливая при $\Delta d_п \leq 0{,}04$ мм,

$$\mu_{\Delta 1} = 0{,}17 + \Delta d_п ,$$

в которую диаметральный зазор $\Delta d_п$ подставляется в миллиметрах.

Для уплотнений поршневыми кольцами площадь сечения зазора имеет случайный характер, и поэтому экспериментально определяется вся приведенная площадь $\mu_{\Delta 1} s_{\Delta 1}$. Из имеющихся в литературе можно рекомендовать эмпирическую формулу, полученную Зильберманом А.М. путем обработки опытных данных для авиапушки АМ-23,

$$\mu_{\Delta 1} s_{\Delta 1} = 0{,}25 \cdot 10^{-3} s_п .$$

Перейдем к преобразованию системы уравнений рабочего процесса для БГД. Дифференцируя левую часть уравнения энергии, имеем

$$\frac{d}{dt}(\rho_к W_к) + (k-1)\rho_к \frac{dW_к}{dt} = W_к \frac{d\rho_к}{dt} + k\rho_к \frac{dW_к}{dt} .$$

Применив зависимости (5.50), (5.49) преобразуем выражения

$$kRT_к G_к = k k_0 \mu_\Delta s_\Delta \rho_к \sqrt{RT_к} = k k_0 \mu_\Delta s_\Delta \sqrt{\frac{\rho_к^3}{\rho_к}}$$

$$(k-1)\frac{dQ_к}{dt} = \frac{k-1}{R}\alpha_{01}\rho_к \nu_к S_к \quad - \text{ в период наполнения и}$$

$$(k-1)\frac{dQ_к}{dt} = \frac{k-1}{R}\alpha_{0,2}\rho_к \nu_к S_к \quad - \text{ в период обратного истечения.}$$

Далее преобразуем комплекс $kR\bar{T}_г G_г$. Выразив расход формулой (5.2) и температуру торможения $\bar{T}_г$ зависимостью (I.75), имеем для периода наполнения

$$kR\bar{T}_г G_г = kk_1(\mu s)_1 \Phi_1(\bar{M}_г)\rho_г\sqrt{RT_г}\,Y_к,$$

где $\Phi_1(\bar{M}_г) = \left(1+\frac{k-1}{2}\bar{M}_г^2\right)^{\frac{3k-1}{2(k-1)}}$.

Аналогично, применив зависимость (5.4), получим для периода обратного истечения

$$kRT_к G_г = kk_1(\mu s)_2 \rho_к\sqrt{RT_к}\,Y_г = kk_1(\mu s)_2\sqrt{\frac{p_к^3}{\rho_к}}\,Y_г.$$

Так как $W_к = W_{к0} + s_ц x_п$, то $\frac{dW_к}{dt} = s_ц V_п$, где $s_ц$ – площадь сечения газового цилиндра.

Представим уравнение движения поршня в виде, принятом при расчете автоматики [34,35,36]

$$\frac{d}{dt}(M_п V_п) = \frac{dM_п}{dt}V_п + M_п\frac{dV_п}{dt} = \frac{dM_п}{dx_п}V_п^2 + M_п\frac{dV_п}{dt},$$

откуда

$$M_п\frac{dV_п}{dt} = s_п p_к - \frac{dM_п}{dx_п}V_п^2 - R_c.$$

Введем обозначения:

$$A_1 = k_1(\mu s)_1;\quad A_2 = k_1(\mu s)_2;\quad B_\Delta = k_0\mu_\Delta s_\Delta;$$

$$C_{к1} = \frac{k-1}{kR}\alpha_{01};\quad C_{к2} = \frac{k-1}{kR}\alpha_{0,2};\quad E = ks_ц.$$

Тогда система (5.46) рабочего процесса для периода наполнения примет вид

$$\frac{dp_к}{dt} = k\frac{p_к}{W_к}\left[A_1\frac{\Phi_1(\bar{M}_г)\sqrt{RT_г}\,\rho_г}{\rho_к}Y_к\frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}} - B_\Delta\sqrt{\frac{\rho_к}{\rho_к}} - C_{к1}\nu_к S_к - EV_п\right] \qquad (5.51)$$

$$\frac{d\omega_к}{dt} = A_1 \Phi_2(\bar{M}_г) \frac{\rho_г}{\sqrt{RT_г}} Y_к - B_\Delta \sqrt{\rho_к \rho_к}\ , \qquad (5.52)$$

$$\frac{dV_п}{dt} = \frac{1}{M_п}\left(s_п \rho_к - \frac{dM}{dX_п} V_п^2 - R_c\right), \qquad (5.53)$$

$$\frac{dX_п}{dt} = V_п\ , \qquad (5.54)$$

$$\rho_к W_к = \omega_к R T_к\ . \qquad (5.55)$$

Для периода обратного истечения запишем два первые уравнения системы, полученные путем преобразования уравнений (5.47),

$$\frac{d\rho_к}{dt} = -k \frac{\rho_к}{W_к}\left[(A_2 Y_г + B_\Delta)\sqrt{\frac{\rho_к}{\rho_к}} + C_{к2} \nu_к S_к + E V_п\right], \qquad (5.56)$$

$$\frac{d\omega_к}{dt} = -(A_2 Y_г + B_\Delta)\sqrt{\rho_к \rho_к}\ . \qquad (5.57)$$

Система интегрируется при начальных условиях

$t = t_0\ ,\ V_{п0} = 0\ ,\ X_{п0} = 0\ ,\ \rho_{к0} = \rho_н\ ,\ \omega_{к0} = \rho_н W_{к0}$

и начальных значениях производных, которые найдем из уравнений (5.5I), (5.52)

$$\left(\frac{d\rho_к}{dt}\right)_0 = \frac{k A_1 \Phi_1(\bar{M}_{г0})}{W_{к0}} \rho_{г0} \sqrt{RT_{г0}} \left(\frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}}\right)_0,$$

$$\left(\frac{d\omega_к}{dt}\right)_0 = A_1 \Phi_2(\bar{M}_{г0}) Y_{к0}\ , \quad \left(\frac{dV_п}{dt}\right)_0 = 0.$$

Интегрирование ведется до момента открытия сбросовых отверстий или до равенства $\rho_к = \rho_н$. Для решения системы необходимы дополнительные уравнения и зависимости:

I. Уравнения для текущей вместимости и поверхности камеры

$$W_к = W_{к0} + s_ц X_п , \quad s_к = s_{к0} + \pi d_ц X_п .$$

2. Законы изменения приведенной массы поршня и силы сопротивления R_c, приведенной к поршню, определяемые из расчета автоматики. В общем случае $M_п = f_1(X_п)$; $R_c = f_2(X_п, V_п)$.

3. Уравнения для функции противодавления $Y_к$, $Y_г$.

В уравнении (5.2) при критическом режиме в период наполнения имеем

$$Y_к = Y_к^* = \frac{\bar{k}_0}{k_1} , \qquad \bar{k}_0 = \sqrt{k\left[1+\frac{k-1}{2(1-\alpha\rho_г^*)^2}\right]^{-\frac{k+1}{k-1}}} ,$$

и комплекс $\alpha\rho_г^*$ определяется, как указано в параграфе 5.3. При докритическом режиме $Y_к$ определяется по формуле (5.3). Переход от критического режима к докритическому производится при достижении

$$x_к = x_к^* = \left[1+\frac{k-1}{2(1-\alpha\rho_г^*)^2}\right]^{-\frac{k}{k-1}} .$$

Для периода обратного истечения имеем:

при критическом режиме – $Y_г = \frac{k_0}{k_1}$;

при докритическом режиме –

$$Y_г = \sqrt{x_г^{2/k} - x_г^{\frac{k+1}{k}}} , \qquad x_г = \frac{\rho_г}{\rho_к} .$$

4. Зависимость для вычисления плотности $\rho_к = \omega_к / W_к$.

5. Зависимости для вычисления функций $\Phi_1(\bar{M}_г)$, $\Phi_2(\bar{M}_г)$.

Блок-схема решения системы уравнений рабочего процесса БГД приведена на рис.5.9. По описанной методике на ЭВМ был рассчитан газовый двигатель авиапушки АМ-23. Расчетные кривые приведены на рис.5.10.

Рассмотрим возможные упрощения, которые можно ввести в систему уравнений рабочего процесса.

I. Допущение $\alpha\rho_г = const$ позволяет принять $\bar{k}_0 = const$, $Y_к^* = const$. Среднее значение комплекса $\alpha\rho_г$ следует вычислять при среднем значении времени, определяемом по формуле (5.33). Исходя из экспоненциальных зависимостей (5.30)

$$\alpha\rho_{г\,ср} = \alpha\left(\frac{p_г}{RT_г}\right)_{ср} = \alpha\frac{p_{г0}}{RT_{г0}} e^{-(b_1-b_2)t_{ср}} = \alpha\frac{p_{г0}}{RT_{г0}} e^{-0{,}89\,c\,t_{ср}} .$$

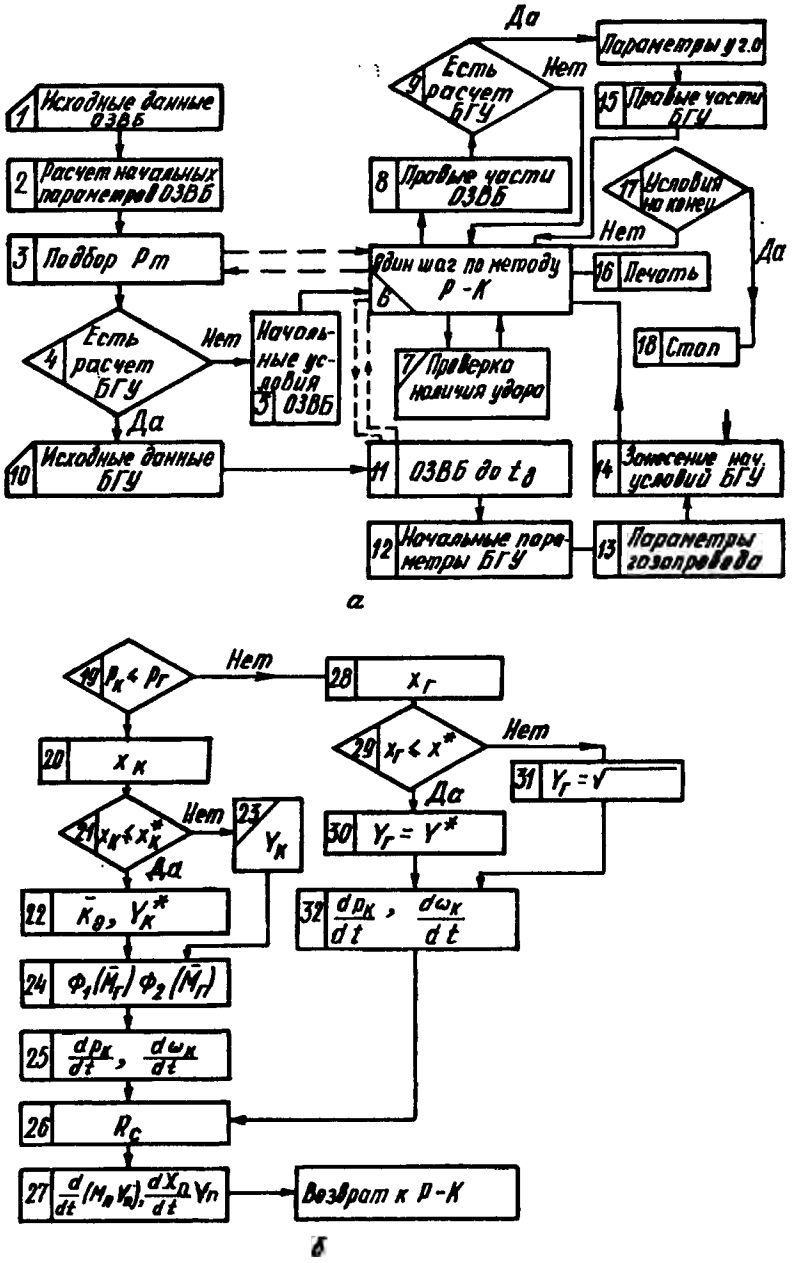


Рис.5.9. Блок-схема решения системы уравнений рабочего процесса БГД однопоршневого типа

2. Допущение $M_г = const$ позволяет брать постоянными значения функций $\Phi_1(\bar{M}_г)$, $\Phi_2(\bar{M}_г)$. Погрешность допущения быстро убывает при смещении отверстия к дульному срезу. Это допущение, как и предыдущее, лучше применять в стрелковом оружии, где число $M_г$ меняется во время выстрела в меньших пределах. Оба допущения применимы при любом положении газоотводного отверстия на стволе.

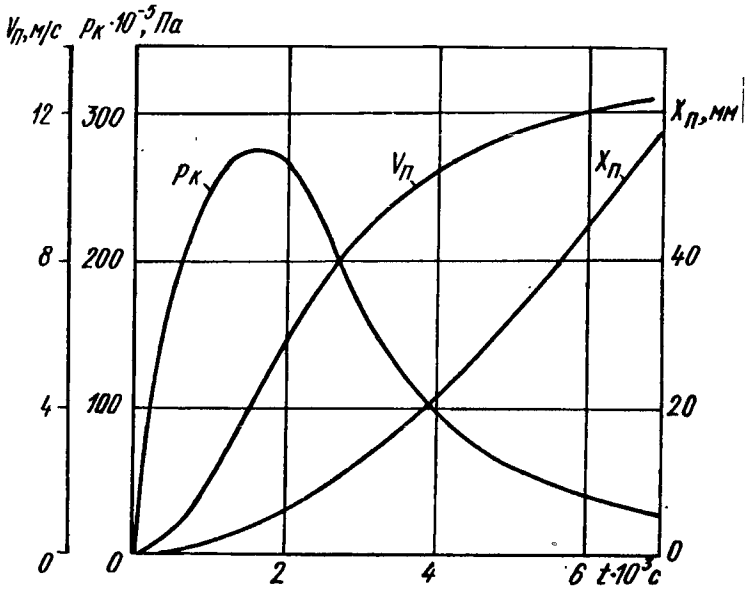


Рис.5.10. Расчетные зависимости $p_к(t)$, $V_п(t)$ $x_п(t)$ для БГД авиапушки АМ-23

3. Допущение $\alpha\rho_г = 0$ означает, что параметры истечения определяются на основе уравнения Клапейрона. При этом $\bar{k}_0 = k_0$, $\gamma_к^* = \frac{k_0}{k_1}$. Погрешность допущения убывает при смещении отверстия к дульному срезу, а также при уменьшении диапазона изменения числа $M_г$. Его лучше применять в стрелковом оружии.

4. Приведенная масса поршня постоянна. Практически во всех системах приведенная масса поршня меняется. Это изменение меньше, если рабочий процесс БГД составляет лишь небольшую часть времени отката подвижных частей, что имеет место в стрелковом оружии. В автоматических пушках рабочий процесс БГД в большей степени совпадает с откатом автоматики, и при-

веденная масса меняется в больших пределах. Уравнение движения поршня в этом случае имеет вид

$$M_п \frac{dV_п}{dt} = s_п p_к - R_c . \qquad (5.58)$$

5. Приведенная к поршню сила сопротивления движению подвижных частей автоматики учитывается введением в уравнение движения поршня коэффициента фиктивности массы. Для этого представим уравнение (5.58) в виде

$$\varphi_п M_п \frac{dV_п}{dt} = s_п p_к , \qquad (5.59)$$

где $\left(1 - \frac{R_c}{s_п p_к}\right)^{-1} = \varphi_п$ и есть коэффициент фиктивности массы поршня. По условиям работы двигателя в течение большей части рабочего процесса значение R_c значительно меньше движущей силы $s_п p_к$. Поэтому коэффициент $\varphi_п$ – мало меняющаяся величина, несколько бóльшая единицы. Разложив выражение для $\varphi_п$ в биномиальный ряд и удерживая в нем два члена, получим

$$\varphi_п = 1 + \frac{R_c}{s_п p_к} . \qquad (5.60)$$

Значение $\varphi_п$ может быть подсчитано при известных параметрах автоматики. Для этого представим удельный импульс двигателя $i_к = \int_0^{t_к} p_к \, dt$ в виде

$$i_к = p_{к\,ср} t_к , \qquad (5.61)$$

где $t_к = \frac{X_{пк}}{V_{п\,ср}}$ и $V_{п\,ср} = \frac{2}{3} V_{пк}$.

Так как согласно уравнению (5.59) $M_п V_{пк} = s_п i_к$, то полагая $R_c = R_{c\,ср}$ и используя выражение (5.61), получим после преобразований

$$\varphi_п = 1 + \frac{3}{2} \frac{R_{c\,ср} X_{пк}}{M_п V_{пк}^2} . \qquad (5.62)$$

Значение $x_{пк}$ обычно известно из конструктивной схемы автоматики, и тогда

$$R_{с\,ср} = R_{со} + q_{пр}\,\frac{x_{пк}}{2},$$

где $R_{со} = R_{про} + R_f$, здесь $q_{пр}$ – жесткость возвратной пружины; $R_{про}$ – начальное сопротивление пружины; R_f – среднее значение силы трения и других сопротивлений. Максимальная скорость поршня $V_{пк}$ также известна ориентировочно.

Проведенные расчеты показали, что значения $\varphi_п$ получаются в пределах I,03–I,04 в стрелковом оружии и автоматических пушках, выполненных без возвратной пружины, и в пределах I,07–I,II – в крупнокалиберных пулеметах и автоматических пушках, имеющих возвратную пружину.

6. Аппроксимация законов изменения давления и температуры газов в стволе у отверстия. Наиболее простая аппроксимация – принятие экспоненциальных зависимостей (5.30). Аппроксимация кривых давления и температуры в стволе позволяет отделить расчет рабочего процесса в камере БГД от расчета внутренней баллистики, но требует некоторых предварительных вычислений. Так как в зависимости для давления $b_1 = \frac{p_{го}}{i_г}$, то для расчета требуется предварительное вычисление импульса $i_г$, который равен

$$i_г = i_{год} + i_{г\,пос}.$$

Импульс давления за время движения пули от отверстия до дульного среза $t_{од}$ определим из уравнения движения фиктивной массы снаряда

$$\zeta_к\,\varphi q\,dv = s p_{кн}\,dt, \quad \text{где} \quad \zeta_к = \frac{p_{кн}}{p}.$$

Имея в виду, что $\int_0^{t_{од}} p_{кн}\,dt = i_{кнод}$ получим после интегрирования

$$i_{кнод} = \frac{\zeta_к\,\varphi q}{s}\,(v_д - v_{го}),$$

где $v_{го}$ – скорость снаряда в момент прохождения им газоотводного отверстия. Так как в начальный момент $p_{го} = p_{сн} = \frac{p_{кн}}{\zeta_{кс}}$, а в момент вылета снаряда $p_{гд} = \zeta_{гд}\,p_{кнд}$, то

$$i_г = i_{кн\,од}\,\zeta_{ср} = \frac{\zeta_к\,\zeta_{ср}\,\varphi q}{s}\,(v_д - v_{го}).$$

Здесь $\zeta_{ср} = \frac{\frac{1}{\zeta_{кс}} + \zeta_{гд}}{2}$, $\zeta_{кс} = \frac{p_{кн}}{p_{сн}}$, $\zeta_{гд} = \frac{p_{гд}}{p_{кнд}}$.

Составляющая импульса давления за период последействия $i_{г\,пос} = i_{кн\,пос}\,\zeta_г$, где относительное давление $\zeta_г = \frac{p_г}{p_{кн}}$ вычисляется по формуле (5.56), а импульс давления на дно канала определяется по формуле (4.3I).

Зависимость для давления $p_г = p_{го}\,e^{-b_1 t}$, хотя и согласована с исходной зависимостью $p_г(t)$ по импульсу, может расходиться с ней до I0%. Поэтому применение экспоненциальной аппроксимации означает принятие допущений $\alpha p_г = 0$, $M_г = const$, $M_п = const$. Такая аппроксимация рекомендуется для приближенных машинных решений, в первую очередь, на малых ЭВМ. Из системы уравнений рабочего процесса БГД в этом случае меняют вид уравнения (5.5I)–(5.53). Они записываются как

$$\frac{dp_к}{dt} = k\,\frac{p_к}{W_к}\left(\frac{a_1}{p_к}\,Y_к\,\frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}}\,e^{-bt} - a_2\sqrt{\frac{p_к}{p_к}} - C_{к1}\,\nu_к\,S_к - e\,V_п\right); \qquad (5.63)$$

$$\frac{d\omega_к}{dt} = a_3\,Y_к\,e^{-ct} - a_2\sqrt{p_к\,p_к}; \qquad (5.64)$$

$$\frac{dV_п}{dt} = \frac{1}{M_п}\,(s_п\,p_к - R_c), \qquad (5.65)$$

где $a_1 = k_1\,(\mu s)_1\,\Phi_1(M_г)\,p_{го}\sqrt{RT_{го}}$, $a_2 = k_0\,\mu_\Delta\,s_\Delta$, $x_к = \frac{p_к}{p_{го}\,e^{-b_1 t}}$,

$$a_3 = k_1\,(\mu s)_1\,\Phi_2(M_г)\,\frac{p_{го}}{\sqrt{RT_{го}}}, \quad Y_к = \sqrt{x_к^{2/k} - x^{\frac{k+1}{k}}}, \quad e = E.$$

Возможна более точная аппроксимация параметров газа в стволе у отверстия – с помощью полиномов. При этом система (5.5I)–(5.57) сохраняется без изменения и аппроксимированные значения $p_г$, $T_г$, $\rho_г$ вводятся в программу расчета на ЭВМ.

Изложенная методика расчета БГД, включая и возможные упрощения, реализуется на ЭВМ. В практике проектирования БГД нашли применение также и приближенные методы расчета, освещенные в работах [16,32-36].

5.7. РАСЧЕТ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА В ГАЗОВОМ БУФЕРЕ

Газовые буферные устройства применяются для амортизации ведущего звена автоматики (подвижных частей) в заднем крайнем положении. Рабочий процесс буфера состоит из трех периодов (рис.5.11). В период наполнения происходит втекание газа в камеру буфера из канала ствола. Период наполнения длится от момента прохождения снарядом газоотводного отверстия до момента t_1 срабатывания обратного клапана, за который можно считать приближенно момент $p_к = p_г$.

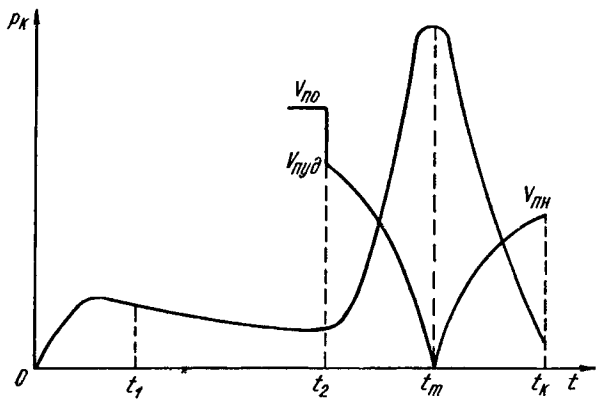


Рис.5.11.К характеристике рабочего процесса в камере газового буфера

После срабатывания обратного клапана газ до подхода ведущего (амортизируемого) звена автоматики оказывается замкнутым в постоянном объеме. В этот период $t_1 - t_2$, который назовем периодом ожидания, происходит некоторое падение давления в камере, вследствие утечек через уплотнения. В третий период $t_2 - t_3$, который является рабочим периодом, происходит вначале осадка поршня за время $t_2 - t_m$ от удара амортизируемого звена в момент t_2 со скоростью $V_{по}$ и затем отбрасывание последнего вместе с поршнем под действием давления в камере со скоростью $V_н$.

Основной характеристикой газового буфера, наряду с осадкой поршня, является коэффициент восстановления, представляющий собой отношение скорости поршня в конце наката к скорости амортизируемого звена в момент его подхода к поршню

$$b = \frac{V_{пн}}{V_{по}} .$$

Для определения коэффициента восстановления необходимо провести расчет рабочего процесса в камере, который ведется по периодам.

Период наполнения. В этот период объем камеры буфера не меняется. Поэтому система уравнений рабочего процесса состоит из уравнений энергии, сохранения вещества и уравнения состояния. При расчете следует учитывать различие в свойствах начального газа и поступающего, т.е. $Z_0 \neq 1$. Примем дополнительно следующие допущения.

I. Истечение из ствола в камеру критическое в течение всего периода наполнения. Участком докритического режима пренебрегаем вследствие малости давления в камере.

2. Поршневые кольца, применяемые в буферных устройствах, не успевают за относительное небольшое время t_1 выпустить значительное количество газа. Поэтому примем $G_к = 0$.

3. При определении функций $\Phi_1(\bar{M}_г)$, $\Phi_2(\bar{M}_г)$ полагаем $M_г = const$. При этих допущениях систему уравнений (5.46) запишем как

$$\frac{d}{dt}(Z_0 \rho_к W_к) = kR\bar{T}_г G_г - (k-1)\frac{dQ_к}{dt};$$

$$\frac{d\omega_к}{dt} = G_г;$$

$$\rho_к W_к = \omega_к R T_к .$$

Применив для секундного расхода через газопровод формулу (5.I), а для теплоотдачи в камере формулу (5.49), приведем систему к виду

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}(Z_0\rho_к) = k\frac{\rho_к}{W_{к0}}\left(A_б\frac{\rho_г\sqrt{RT_г}}{\rho_к}\ \frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}} - C_{к1}\nu_к S_{к0}\right);\\
&\frac{d\omega_к}{dt} = D_б\frac{\rho_г}{\sqrt{RT_г}};\\
&\rho_к W_к = \omega_к RT_к,
\end{aligned}\right\} \qquad (5.66)$$

где $A_б = \bar{k}_0(\mu s)_1 \Phi_1(\bar{M}_г)$, $D_б = \bar{k}_0(\mu s)_1 \Phi_2(\bar{M}_г)$.

Система интегрируется при начальных условиях $t = t_0$; $Z_0 = 1$;

$\omega_к = \omega_{к0} = \rho_н W_{к0}$; $\rho_к = \rho_н$; $\rho_н = 1{,}206$ кг/м^3;

$$\left(\frac{d\omega_к}{dt}\right)_0 = D_б\frac{\rho_{г0}}{\sqrt{RT_{г0}}};\quad \frac{d}{dt}(Z_0\rho_к)_0 = \frac{kA_б}{W_{к0}}\rho_{г0}\sqrt{RT_{г0}}\frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}}.$$

Начало рабочего процесса в камере буфера должно быть сдвинуто от t_0 в большую сторону на время $t_{гп}$ протекания газа по газопроводу; время же работы автоматики берется, как обычно, без учета времени $t_{гп}$.

Период ожидания. В этом случае $G_г = 0$, $W_к = W_{к0}$, $Z_0 = Z_{01}$. Используем систему (5.47), которая примет вид

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\rho_к}{dt} = -\frac{k\rho_к}{Z_{01}W_{к0}}\left(B_Δ\sqrt{\frac{\rho_к}{\rho_к}} + C_{к2}\nu_к S_к\right);\\
&\frac{d\omega_к}{dt} = -B_Δ\sqrt{\rho_к\rho_к};\\
&\rho_к W_к = \omega_к RT_к.
\end{aligned}\right\} \qquad (5.67)$$

Рабочий период. В рабочем периоде имеют место все виды потерь, по которым определяется коэффициент восстановления

$$b = b_{уд}\, b_f\, b_{ут}. \qquad (5.68)$$

Коэффициент $b_{уд}$ учитывает потери на серию соударений при подходе ползуна к поршню буфера, после которых скорость поршня равна $V_{пуд}$. Специальные исследования показали, что для буфера

$$b_{уд} = \frac{m_п}{m_п + m_б}\sqrt{1 - 0{,}5\frac{m_б}{m_п}}, \qquad (5.69)$$

где $m_п$, $m_б$ – приведенные массы ползуна и поршня буфера.

Потери на трение поршневых колец о стенки камеры буфера можно учесть в уравнении движения поршня

$$M_п\frac{dV_п}{dt} = \mp S_п p_к \pm R_f, \quad \text{где} \quad M_п = m_п + m_б,$$

которое обычно приводят к виду

$$M_п\frac{dV_п}{dt} = \mp S_п p_к (1 \mp \delta),$$

где $\delta = \frac{R_f}{S_п p_к}$ – величина, пропорциональная давлению в камере и определяемая из опыта. Для газового буфера авиапушки АМ-23, например, $\delta = 0{,}04$. Знак "минус" в уравнении движения берется при откате. Тогда коэффициент b_f может быть вычислен приближенно по формуле

$$b_f = \frac{1-\delta}{1+\delta}. \qquad (5.70)$$

При точном расчете буфера уравнение (5.69) учитывается при решении системы уравнений рабочего процесса для рабочего периода, которая получается из системы (5.47) при $G_г = 0$ и имеет вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}(Z_{01} p_к W_к) = -kRT_к G_к - (k-1)\left(\frac{dQ_к}{dt} + p_к\frac{dW_к}{dt}\right);\\
&\frac{d\omega_к}{dt} = -G_к;\\
&\frac{dV_п}{dt} = \mp\frac{1}{M_п} S_п p_к (1 \mp \delta),\\
&\frac{dX_п}{dt} = \pm V_п;\\
&p_к W_к = \omega_к RT_к
\end{aligned}\right\} \qquad (5.71)$$

Здесь $W_к = W_{к0} \mp s_п x_п$, $S_к = S_{к0} \mp \pi d_п x_п$.

Подставив в систему (5.71) выражения (5.49) и (5.50), приведем ее к рабочему виду

$$\frac{d\rho_к}{dt} = -k \frac{\rho_к}{Z_{01} W_к} \left(B_\Delta \sqrt{\frac{\rho_к}{\rho_к}} + C_{к2} \nu_к S_к \mp E V_п \right), \qquad (5.72)$$

$$\frac{d\omega_к}{dt} = -B_\Delta \sqrt{\rho_к \rho_к}, \qquad (5.73)$$

$$\frac{dV_п}{dt} = \mp \frac{s_п}{M_п} \rho_к (1 \mp \delta), \qquad (5.74)$$

$$\frac{dx_п}{dt} = \pm V_п, \qquad (5.75)$$

$$\rho_к W_к = \omega_к R T_к$$

Верхний знак в уравнениях (5.72), (5.74) соответствует откату. Система интегрируется при начальных условиях: $t = t_2$, $\rho_к = \rho_{к2}$, $\rho_к = \rho_{к2}$, $T_к = T_{к2}$, $x_п = x_{п0}$, $V_п = V_{уд}$; значения производных $\left(\frac{d\rho_к}{dt}\right)_0$, $\left(\frac{d\omega_к}{dt}\right)_0$, $\left(\frac{dV_п}{dt}\right)_0$ определяются из уравнений (5.72)–(5.74).

Рассмотрим приближенную методику расчета газового буфера. Составляющие коэффициента восстановления $b_{уд}$ и b_f будем определять по формулам (5.69) и (5.70), а коэффициент $b_{ут}$ определим, решая систему уравнений рабочего процесса по периодам. Примем для периода наполнения, что давление $\rho_г$ и температура $T_г$ выражаются зависимостями (5.30), а отношение $\bar{T}_{гпк} / \bar{T}_{гпн}$ средним значением, определяемым, как указано в параграфе 5.4. После интегрирования второго уравнения из системы (5.76) от $t = 0$ до текущего t с использованием зависимости (5.32), получим

$$\omega_к = \omega_{к0} + H_б (1 - e^{-ct}), \qquad (5.76)$$

где $H_б = \dfrac{k_0 (\mu s)_1 \Phi_2 (\bar{M}_г)}{c} \dfrac{\rho_{г0}}{\sqrt{R T_{г0}}}$

Из зависимости (5.76)

$$\int_0^t \omega_к \, dt = \omega_{ко} t + H_б \left[t - \frac{1}{c} \left(1 - e^{-ct}\right) \right].$$

Выражение для давления в камере буфера получим, проинтегрировав первое уравнение из системы (5.76), заменив комплекс $p_г = \sqrt{R T_г}$ согласно зависимости (5.31) и полагая $T_к = T_{к ср} = \tilde{T}_к$,

$$p_к = p_{ко} + \frac{\bar{A}_б}{Z_0} \frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}} \left(1 - e^{-bt}\right) - C_б \left(\tilde{T}_{к1} - T_{пов\,к}\right) \int_0^t \omega_к \, dt,$$

где

$$\bar{A}_б = \frac{k k_0 (\mu s)_1 \Phi_1(\bar{M}_г)}{b W_{ко}} p_{г0} \sqrt{R T_{г0}}, \quad C_б = (k-1) \frac{S_{ко}}{W_{ко}^2} \alpha_{01}.$$

Для конца периода наполнения $e^{-bt_1} << 1$, $e^{-ct_1} << 1$. Тогда

$$\omega_{к1} = \omega_{ко} + H_б, \tag{5.77}$$

$$p_{к1} = p_{ко} + \frac{\bar{A}_б}{Z_{01}} \frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}} - C_б \left(\tilde{T}_к - T_{пов\,к}\right) \left[\omega_{ко} t_1 + H_б \left(t_1 - \frac{1}{c} \right) \right]. \tag{5.78}$$

Уравнения (5.77) и (5.78) решаются совместно с зависимостью

$$p_{г1} = p_{г0} e^{-b_1 t_1}.$$

На основании закона сохранения энергии без учета теплоотдачи в камере

$$c_p \tilde{T}_{к1} = c_p T_{к\,ср} - c_p \left(\bar{T}_{гпн} - \bar{T}_{гпк}\right),$$

где $T_{к\,ср}$ – средняя температура газа в камере, без учета тепловых потерь в газопроводе и камере. На основании выражения $T_к = k \bar{T}_г$ (см. параграф 3.9)

$$\tilde{T}_{к1} = k \bar{T}_{г\,ср} - \bar{T}_{г\,ср} \left(1 - \frac{\bar{T}_{гпк}}{\bar{T}_{гпн}}\right).$$

Рассмотрим решение системы (5.67) для второго периода. Так как потери на теплоотдачу и утечку – величины одного порядка, то процесс во втором периоде нельзя брать политропическим с $n = const$. При интегрировании системы примем в членах, учитывающих утечку и теплоотдачу $T_к = T_{к1}$. Из первого уравнения системы (5.67)

$$p_к = p_{к1}\, e^{-r(t-t_1)}, \tag{5.79}$$

где $$r = \frac{k B_\Delta \sqrt{R T_{к1}} + (k-1)\frac{\alpha_{02}}{R} S_{к0}\, v_{к1}}{Z_{01}\, W_{к0}}.$$

Из второго уравнения системы (5.67)

$$\omega_к = \omega_{к1} - \frac{B_\Delta}{\sqrt{R T_{к1}}} \int_{t_1}^{t} p_к\, dt$$

, и используя выражение (5.79) имеем

$$\omega_к = \omega_{к1} - \frac{B_\Delta}{\sqrt{R T_{к1}}} \frac{p_{к1}}{r} \left[1 - e^{-r(t-t_1)}\right]. \tag{5.80}$$

По формулам (5.79) и (5.80) находим давление и массу газа в камере в конце второго периода; при этом время t_2 берем из расчета автоматики с учетом сдвига на время пребывания газа в газопроводе.

При расчете третьего периода примем дополнительно следующие допущения.

I. Температура газа в членах, учитывающих теплоотдачу и утечки, постоянна. Среднее значение ее определим на основе закона сохранения энергии для газа в камере, записанного приближенно в виде

$$c_p \tilde{T}_{к3} = c_p T_{к2} + \frac{M V_{пуд}^2}{4\omega_{к2}},$$

где второй член представляет собой удельную энергию, сообщаемую газу от гашения скорости поршня. Тогда

$$\tilde{T}_{к3} = T_{к2} + \frac{k-1}{4k} \frac{M V_{пуд}^2}{\omega_{к2}}.$$

Эта температура будет приниматься как при откате, так и при накате поршня.

2. Так как газовый буфер характеризуется небольшим ходом поршня при значительной начальной поверхности камеры, при учете теплоотдачи поверхность камеры можно брать средним значением

$$S_к = S_{к0} - \frac{\pi d_п}{2} \chi_m ,$$

где χ_m – полная осадка поршня, задаваемая при проектировании буфера. При этих допущениях вместо уравнения (5.72) удобнее интегрировать первое уравнение системы (5.7I). Применив зависимости (5.49) и (5.50), и учтя, что $\frac{dW_к}{dt} = \mp S_п V_п$, это уравнение преобразуем к виду

$$\frac{d}{dt}(Z_{01} \rho_к W_к) = - k B_\Delta \rho_к \sqrt{R \tilde{T}_{кз}} - k C_{к2} \nu_{к\,ср} S_{к\,ср} \rho_к \pm (k-1) S_п \rho_к V_п . \qquad (5.8I)$$

Проинтегрируем систему уравнений (5.72)–(5.75) для отката. Из уравнения движения поршня без учета силы трения имеем

$$\rho_к dt = -\frac{M_п}{S_п} dV_п , \quad \int_{t_2}^{t} \rho_к dt = б_м (V_{пуд} - V_п) \quad \text{и}$$

$$\int_{t_2}^{t} \rho_к V_п dt = \frac{б_м}{2}(V_{пуд}^2 - V_п^2), \quad \text{где} \quad б_м = \frac{M_п}{S_п} .$$

Тогда решение уравнения (5.8I) после элементарных преобразований примет вид

$$\rho_к W_к = \rho_{к0} W_{к0} - a_1 V_{пуд} + a_2 V_{пуд}^2 , \qquad (5.82)$$

где

$$a_0 = \rho_{к0} W_{к0} - a_1 V_{пуд} + a_2 V_{пуд}^2 ;$$

$$a_1 = \frac{k б_м}{Z_{01}}\left(B_\Delta \sqrt{R \tilde{T}_{кз}} + C_{к2} \nu_{к\,ср} S_{к\,ср}\right);$$

$$a_2 = \frac{k-1}{2} M_п .$$

Так как $\frac{dV_п}{dt} = \frac{dV_п}{dX_п} V_п$ и $p_к = \frac{p_к W_к}{W_к}$, то уравнение (5.74) преобразуется к виду

$$\frac{dX_п}{W_{ко} - s_п X_п} = -\sigma_м \frac{V_п dV_п}{p_к W_к}.$$

После интегрирования его от начала третьего периода ($V_п = V_{пуд}$, $W_к = W_{ко}$) до конца отката ($V_п = 0$, $X_п = X_m$), получим выражение для осадки поршня

$$X_m = \frac{W_{ко}}{s_п}(1 - C_0), \tag{5.83}$$

где $$C_0 = \frac{W_m}{W_{ко}} = \left(1 + \frac{a_1}{a_0} V_{пуд} - \frac{a_2}{a_0} V_{пуд}^2\right)^m \left(\frac{1 - \frac{a_2}{c_2} V_{пуд}}{1 + \frac{a_2}{c_1} V_{пуд}}\right)^n,$$

$$c_1 = \sqrt{|\Delta|} - \frac{a_1}{2}, \quad c_2 = \sqrt{|\Delta|} + \frac{a_1}{2},$$

$$m = \frac{Z_{01}}{k-1}, \quad n = m \frac{a_1}{2\sqrt{|\Delta|}}, \quad \Delta = -a_0 a_2 - \frac{a_1^2}{4} < 0.$$

Из уравнения (5.82) для конца отката

$$p_{кт} W_{кт} = a_0. \tag{5.84}$$

Аналогично проинтегрируем систему уравнений (5.72)–(5.75) для наката. В начале наката $p_к = p_{кт}$, $W_к = W_{кт}$, $V_п = 0$. Из уравнения (5.81)

$$p_к W_к = a_0 - a_1 V_п - a_2 V_п^2. \tag{5.85}$$

Из выражения (5.74) получим уравнение

$$C_0 = \frac{W_m}{W_{ко}} = \left(1 - \frac{a_1}{a_0} V_{пн} - \frac{a_2}{a_0} V_{пн}^2\right)^m \left(\frac{1 + \frac{a_2}{c_2} V_{пн}}{1 - \frac{a_2}{c_1} V_{пн}}\right)^n, \tag{5.86}$$

из которого определяется скорость поршня в конце наката. Время осадки $t_{от}$ и время наката поршня определим приближенно из условия $V_{пср} = \frac{2}{3} V_m$.

Тогда

$$t_{от} = \frac{3}{2} \frac{X_m}{V_{по}}, \quad t_к = \frac{3}{2} \frac{X_m}{V_{пк}}.$$

5.8. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА В ГАЗОВОМ НАКАТНИКЕ

В отличие от буфера газовый накатник работает в течение всего периода движения ведущего звена автоматики, осуществляя торможение отката и затем возврат звена в исходное положение. В единственной системе, где применен газовый накатник,- автоматической пушке НР-30, автоматика работает на принципе отдачи ствола с коротким ходом, и накатник производит торможение отката и накат ствола за счет энергии, аккумулированной поступившим в камеру газом при откате. Рабочий процесс в газовом накатнике (рис.5.I2) состоит из периода наполнения и рабочего периода.

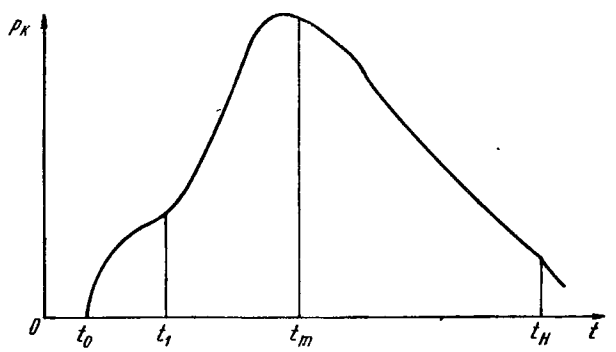


Рис.5.I2. Зависимость $p_к(t)$ для газового накатника авиапушки НР-30

Период наполнения ($t_0 - t_1$) длится от момента прохождения снарядом газоотводного отверстия до момента отсечки поступления газа и проходит при переменной вместимости камеры. В период наполнения имеют место потери энергии на утечки через

поршневые уплотнения, на теплоотдачу стенкам камеры и на трение поршневых колец о стенки цилиндра и ствола; потери на теплоотдачу стенкам газопровода невелики вследствие небольшой относительной длины его. В газовом накатнике поршень связан со стволом и, в отличие от других БГУ, кроме силы давления газов на поршень, на ствол действует сила отдачи $P_{кн} = s p_{кн}$. Поэтому уравнение движения поршня имеет вид

$$\frac{d}{dt}(M_п V_п) = s p_{кн} - s_п p_к - R_c . \qquad (5.85)$$

Здесь $R_c = R_a + R_f$, где R_a – приведенная сила сопротивления движению звеньев автоматики; R_f – сила трения поршневых колец, определяемая, как изложено в параграфе 5.7. После преобразований, аналогичных получению уравнения (5.53), уравнение (5.85) примет вид

$$\frac{dV_п}{dt} = \frac{1}{M_п}\left(s p_{кн} - s_п p_к - \frac{dM_п}{dX_п} V_п^2 - R_c\right). \qquad (5.86)$$

Для расчета рабочего процесса воспользуемся системой (5.46) с уравнением движения (5.86), которая при принятых допущениях преобразуется к рабочему виду, аналогичному системе уравнений (5.51)–(5.55):

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dp_к}{dt} = \frac{k p_к}{Z_0 W_к}\left[A_1 \frac{\Phi_1(\bar{M}_г) p_г \sqrt{RT_г}}{p_к} Y_к - B_\Delta \sqrt{\frac{p_к}{\rho_к}} - C_{к1} \nu_к S_к + E V_п\right];\\
&\frac{d\omega_к}{dt} = A_1 \Phi_2(\bar{M}_г) \frac{p_г}{\sqrt{RT_г}} Y_к - B_\Delta \sqrt{p_к \rho_к};\\
&\frac{dV_п}{dt} = \frac{1}{M_п}\left(s p_{кн} - s_п p_к - \frac{dM_п}{dX_п} V_п^2 - R_c\right);\\
&\frac{dX_п}{dt} = V_п;\\
&p_к W_к = \omega_к R T_к .
\end{aligned}\right\} \qquad (5.87)$$

При откате

$$W_к = W_{ко} - s_п X_п \; ; \quad S_к = S_{ко} - \pi (d_п - d_с) X_п .$$

Поэтому

$$\frac{dW_к}{dt} = - s_п V_п .$$

К системе должны быть приложены те же дополнительные уравнения и зависимости, что и для системы (5.54)–(5.57). Система (5.87) интегрируется совместно с системой уравнений внутренней баллистики при начальных условиях: $\rho_{ко} = \rho_н$; $V_п = V_{по}$; $X_п = X_{по}$; $t = t_0$; $\omega_{ко} = \rho_н W_{кн}$; $W_{кн} = W_{ко} - s_п X_{по}$, кроме уравнения движения ствола, которое интегрируется, начиная с момента достижения в стволе давления форсирования. Начальные значения производных определяются из уравнений системы.

Рабочий период ($t_1 - t_т - t_н$) начинается в момент перекрытия газоотводных отверстий и включает в себя откат ствола до полной остановки и накат в крайнее переднее положение. Расчет рабочего процесса производится путем решения уравнений (5.72), (5.73), (5.75) для газового буфера совместно с уравнением движения (5.86).

По сравнению с газовым буфером рабочий процесс в камере накатника характеризуется относительно большим влиянием потерь на теплоотдачу и потерь на трение поршневых колец о стенки цилиндра и ствола.

Глава 6.
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА ДУЛЬНЫХ ГАЗОВЫХ УСТРОЙСТВ

6.1. ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДУЛЬНЫХ ГАЗОВЫХ УСТРОЙСТВ

Большинство современных систем ствольного оружия оснащается дульными насадками, которые называются дульными газовыми устройствами (ДГУ). Широкое распространение ДГУ объясняется особенностью, выгодно отличающей их от других устройств аналогичного назначения - ДГУ не передают усилие на лафет, а замыкают его на ствол. Кроме того, ДГУ работают в периоде последействия и потому не уменьшают коэффициента полезного действия оружия.

В зависимости от функционального назначения различают следующие дульные устройства: дульные тормоза, усилители отдачи, пламегасители, глушители звука, компенсаторы устойчивости, локализаторы, релаксаторы и т.д. Иногда различные функции могут совмещаться в одном устройстве.

В артиллерии наибольшее применение нашли дульные тормоза, предназначенные для уменьшения энергии (импульса) откатывающихся частей за счет симметричного отвода части пороховых газов в стороны от направления выстрела. Постановка на систему дульного тормоза позволяет повысить ее могущество при неизменной массе или при заданном могуществе снизить массу лафета, а следовательно, и массу системы в целом. Дульные тормоза ставят практически на все современные артиллерийские системы и на многие образцы автоматического орудия.

Локализаторы и релаксаторы периода последействия представляют разновидности дульных тормозов, которые помимо снижения энергии отката выполняют дополнительные функции. Так, локализатор - это многскамерный дульный тормоз, устанавливаемый на авиационных пушках и предназначенный для максимального отвода газа в стороны, чтобы обеспечить нормальную работу компрессора турбореактивного двигателя, вблизи воздухозаборников которого расположены пушки. Релаксатор за счет относительно большой вместимости камеры и создания лабиринтов для выхода газа обеспечивает догорание пороховых элементов и тем самым снижает пламенность выстрела. Эффективность этих ДГУ как противооткатных устройств ниже, чем обычных дульных тормозов.

Газовые компенсаторы обычно применяются в ручном оружии для уменьшения возникающего при выстреле опрокидывающего момента, отклоняющего ствол в боковом направлении. Часто компенсаторы обеспечивают снижение энергии отдачи, т.е. являются дульными тормозами с несимметричным отводом газов.

Глушители звука, с позиции газодинамики, являются тепловыми дульными тормозами с большой воспринимающей энергию пороховых газов поверхностью.

Для приведения в действие механизмов автоматики иногда (например, в системах с отдачей ствола) необходимо увеличить энергию отдачи. В этом случае применяются усилители отдачи (газовые ускорители). Реактивные усилители отдачи, кроме того, выполняют роль пламягасителей, снижая пламенность выстрела за счет расширения в коническом раструбе - диффузоре. На практике такое назначение этих устройств является основным.

Различного назначения ДГУ отличаются друг от друга, в основном, конструктивными особенностями, хотя и здесь у них много общего. Так, входная часть камерного дульного тормоза выполнена в виде конуса, т.е. представляет собой усилитель отдачи. В зависимости от угла наклона образующей конуса можно рассматривать движение потока или как в диффузоре (реактивный усилитель отдачи), или как в случае внезапного расширения (активный усилитель отдачи). Таким образом, дульные газовые устройства объединяет в одну группу не только место их установки на оружии, но и общность конструктивных и газодинамических признаков. Поэтому в данной главе рассматриваются лишь особенности

расчета классических схем усилителей отдачи и дульных тормозов, как примеры решения подобных прикладных газодинамических задач.

Несмотря на различие целей, в силу общности газодинамических процессов, протекающих в ДГУ, принцип действия всех этих устройств одинаков – они работают в периоде последействия и основаны на изменении осевой составляющей реакции вытекающих из канала ствола газов.

Рассмотрим, каким образом дульное устройство влияет на изменение импульса отдачи при выстреле. Из уравнения баланса количества движения системы "ствол–газопороховая смесь – снаряд", записанного для всего времени выстрела

$$J_{отд} = Q_0 V_{0д} = q v_д + 0,5 \omega v_д + J_п,$$

видно, что изменить скорость отката $V_{0д}$, которая определяет значение импульса $J_{отд}$, при неизменной баллистике можно только за счет импульса силы $P_{кн}$ в периоде последействия – $J_п$.

В свою очередь, как было показано в главе IУ,

$$J_п = J_{пол} - 0,5 \omega v_д,$$

где полный импульс $J_{пол}$, численно равный импульсу полной реакции выходящего потока, определяется соотношением

$$J_{пол} = \beta \omega v_д = \int_0^{t_п} R_г \, dt. \qquad (6.I)$$

Из выражения (6.I) видно, что для оружия заданной баллистики влиять на величину $J_п$ (а следовательно, и на весь импульс отдачи $J_{отд}$) можно только изменением импульса $J_{пол}$, определяемого реакцией $R_г$ вытекающего из ствола газа, что и происходит при постановке на систему дульного устройства. Следовательно, по физической природе рабочего процесса все ДГУ являются реактивными, а деление их на активные и реактивные (например, усилителей отдачи) весьма условно.

В интегральной записи

$$J_{отд} = \int_0^{t_д + t_п} P_{кн} \, dt,$$

т.е. графически импульс отдачи $J_{отд}$ изображается площадью под

кривой "давление–время". Изменение величины $p_{кн}$ по времени в зависимости от типа и эффективности дульного устройства приведено на рис.6.I, где наглядно показано, какая часть суммарного импульса изменяется за счет устройства.

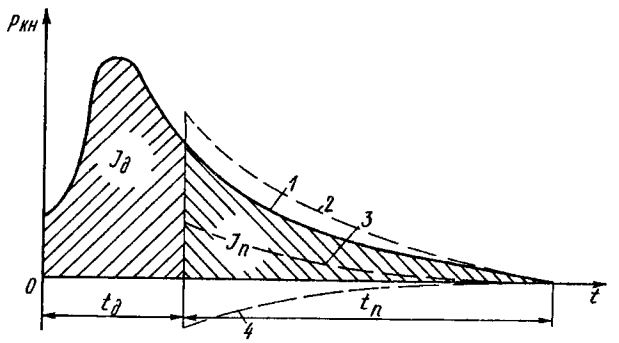


Рис.6.I.Зависимости $p_{кн}(t)$ для различных дульных устройств:
I – без дульного устройства; 2 – с усилителем отдачи; 3 – с дульным тормозом малой эффективности; 4 – с дульным тормозом высокой эффективности

Для оценки эффективности дульных устройств используют две основные характеристики: коэффициент энергетической эффективности ΔE, называемый энергетической характеристикой, и коэффициент импульсной эффективности, называемый импульсно-конструктивной характеристикой $\alpha_н$.

Энергетическая характеристика показывает относительное изменение энергии отката (отдачи) при постановке ДГУ и обычно выражается в процентах

$$\Delta E = \pm \frac{E - E_н}{E} \cdot 100 \quad , \qquad (6.2)$$

где E и $E_н$ – кинетические энергии откатывающихся частей в конце периода последействия системы без дульного устройства и с ДГУ соответственно.

Характеристику ΔE принято всегда считать положительной. Поэтому в формуле (6.2) знак "плюс" относится к характеристике

дульного тормоза (когда $E_н < E$), а знак "минус" – к характеристике усилителя отдачи ($E_н > E$). После преобразований формула (6.2) приводится к виду

$$\Delta E = \pm \left(1 - \eta_н \frac{V_{0н н}^2}{V_{0н}^2}\right) \cdot 100 \quad , \tag{6.3}$$

где $V_{0н}$, $V_{0н н}$ – максимальные скорости свободного отката для системы без дульного устройства и с дульным устройством; $\eta_н = q_{0н} / q_0$ – отношение масс откатывающихся частей с дульным устройством и без него.

Значение ΔE зависит как от конструкции и размеров дульного устройства, так и от баллистики системы, на которой оно установлено, что следует из формулы (4.33).

Импульсно-конструктивная характеристика $\alpha_н$ представляет отношение импульсов осевых (в проекции на ось канала ствола) составляющих реакций вытекающих пороховых газов при наличии дульного устройства и без него:

$$\alpha_н = \frac{J_н}{J} = \frac{\int_0^{t_{пн}} R_{гн}\, dt}{\int_0^{t_п} R_г\, dt} \quad . \tag{6.4}$$

Из формулы (6.4) видно, что при отсутствии дульного устройства $\alpha_н = 1$; для дульного тормоза $\alpha_н < 1$; для усилителя отдачи $\alpha_н > 1$. Чем больше $\alpha_н$ отличается от единицы, тем эффективнее дульное устройство.

Предельное теоретическое значение характеристики $\alpha_н$ можно найти из условия полного расширения газа в сопловом насадке. Тогда при неучете внешнего противодавления и потерь внутри газового устройства значение $\alpha_{н\infty}$ будет равняться предельному значению коэффициента реактивности идеального сопла:

для дульных тормозов

$$\alpha_{н\infty} = -K_\infty = -\frac{\lambda_\infty + \lambda_\infty^{-1}}{2} = -\frac{k}{\sqrt{k^2 - 1}} \quad ;$$

для реактивных усилителей отдачи

$$\alpha_{н\infty} = K_\infty = \frac{k}{\sqrt{k^2 - 1}} \quad .$$

При $k = 1{,}25$ имеем $\alpha_\infty = \pm 1{,}67$.

При отводе газов из дульного тормоза через боковые каналы несопловой формы $\alpha_{H\infty} = -1$. С физической точки зрения достижение α_{∞} для дульных тормозов означает поворот на 180^0 от направления выстрела всех газов, вытекающих из канала ствола.

Следовательно, реальные значения импульсно-конструктивной характеристики лежат в следующих пределах:

для дульных тормозов с боковыми каналами сопловой формы $1 > \alpha_H > -1,67$;

для дульных тормозов с нерасширяющимися боковыми каналами $1 > \alpha_H > -1$;

для реактивных усилителей отдачи $1,67 > \alpha_H > 1$.

Для усилителей отдачи активного типа реальное значение параметра α_H может значительно превышать $\alpha_{H\infty}$ реактивного усилителя вследствие действия на поршень силы статического давления и достигать значений 2,5÷3.

Характеристика α_H является функцией размеров и формы дульного устройства и практически не зависит от параметров состояния потока, определяемых баллистикой системы, на которой установлено это устройство, хотя для некоторых ДГУ, например, многорядных дульных тормозов ствольного типа, влияние баллистики на величину α_H весьма заметно; при выборе конструктивной схемы устройства этим влиянием можно пренебречь, а учитывать только при окончательном расчете спроектированного устройства.

Принятие допущения о независимости α_H от баллистики системы делает эту характеристику очень удобной для сравнения между собой различных конструкций ДГУ одинакового назначения и выбирать из них наиболее приемлемую, сообразуясь с ограничениями по массе, пламенности выстрела, удобству эксплуатации и т.д.

Зависимость между основными характеристиками дульных устройств α_H и ΔE может быть получена из формулы (6.3) при подстановке в нее выражений (4.33) для скоростей отката V_{0H} и V_{0HH}

$$\alpha_H = \frac{v_\partial}{v_{\partial H}} \sqrt{\eta_H (1 \pm \Delta E)\left(\frac{1}{\vartheta} + 1\right)} - \frac{1}{\vartheta}, \qquad (6.5)$$

где $\vartheta = \beta \frac{\omega}{q}$, а ΔE подставляется в долях единицы. Знаки "плюс" и "минус" имеют противоположный смысл чем в формуле (6.3), то

есть "плюс" относится к усилителю отдачи, а "минус" - к дульному тормозу.

Отношение скоростей $v_д / v_{дн}$ целесообразно учитывать только для относительно длинных дульных тормозов ствольного типа (калиберных), когда снаряд при перемещении по дульному тормозу может получить приращение скорости до 2-3%. В остальных случаях можно принимать $v_д / v_{дн} = 1$.

В задании на проектирование ствольной системы на основе ее кинетического анализа обычно задается требуемое значение энергетической эффективности дульного устройства ΔE , а все расчеты ведутся с использованием импульсно-конструктивной характеристики $\alpha_н$. Переход от заданного значения ΔE к требуемой характеристике $\alpha_н$ осуществляется по формуле (6.5).

Задача расчета ДГУ, в основном, заключается в определении значения $\alpha_н$ устройства заданных геометрических размеров. Наибольшее распространение в практике получила обобщенная методика, разработанная Б.В. Орловым [II,33,37]. Эта методика является наиболее теоретически обоснованной и содержит наименьшее количество коэффициентов согласования. В приведенном ниже изложении для определения импульсно-конструктивной характеристики ДГУ использованы основные положения, заложенные профессором Б.В. Орловым. Для определения значения импульсно-конструктивной характеристики ДГУ необходимо решить газодинамическую задачу об истечении газа из резервуара конечных размеров с постоянным или внезапным расширением потока и (для дульного тормоза) отводом части газа через боковые каналы в стороны от оси прочного резервуара. При этом используются основные уравнения газовой динамики (сохранения энергии, массы вещества, импульсов) и решается система, аналогичная рассмотренной при расчете боковых газовых устройств. Начальные условия (параметры газа в дульном отверстии в начале периода последействия) находятся из решения основной задачи внутренней баллистики. Расчет на ЭВМ позволяет проследить процесс работы во времени, что особенно необходимо при исследовании газовых устройств оригинальных схем, так как величина $\alpha_н$ может изменяться в течение периода последействия, что отразится на характере движения откатывающихся частей системы.

Однако при решении практических задач расчета ДГУ часто бывает достаточным знать значение $\alpha_н$ как интегральной характеристики, полученной в конце периода истечения газа из ДГУ. При принятии некоторых упрощающих допущений, обычных для рассмотрения периода последействия, получается достаточно простое аналитическое решение для определения $\alpha_н$. Погрешности, неизбежные при этом, можно компенсировать введением коэффициентов согласования, известных из экспериментальных исследований ДГУ заданной конструктивной схемы.

6.2. РАСЧЕТ УСИЛИТЕЛЕЙ ОТДАЧИ

Реактивный усилитель отдачи – это конический сопловой насадок, устанавливаемый на дульной части ствола (рис.6.2). Обычно такое устройство предназначено для снижения пламенности выстрела и потому называется пламегасителем. Работа его заключается в расширении выходящего из канала ствола газового потока, в результате чего снижается температура пороховых газов, от которой, в основном, зависит пламенность выстрела. Для получения беспламенного выстрела необходимо понизить температуру газов от T_θ до $T_{кр}$, при которой газы перестают светиться (обычно для пироксилиновых порохов $T_{кр}$ = 900–1000 К). Кроме того, в диффузоре пламегасителя происходит догорание пороховых элементов, уменьшается давление газов в выходящем потоке, что снижает интенсивность ударной волны, воздействующей на стрелка.

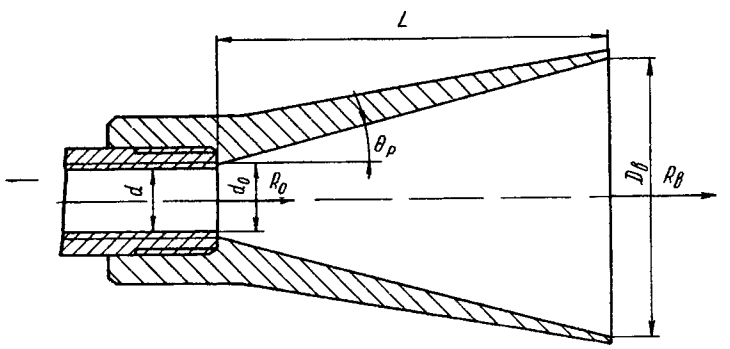


Рис.6.2.Схема раактивного усилителя отдачи

В соответствии с определением импульсно-конструктивная характеристика усилителя реактивного типа

$$\alpha_н = \frac{J_в}{J_0} = \frac{\int_0^{t_п} R_в\, dt}{\int_0^{t_п} R_0\, dt},$$

где J_0 и $J_в$ – импульсы реакций газового потока на входе в насадок и на выходе из него; R_0, $R_в$ – соответствующие значения полных реакций потока. Величина R_0 зависит от типа и конструкции насадка, в данном случае определяется как реакция в дульном срезе, т.е. $R_0 = R_{д0}$.

При принятии допущения о квазистационарности процесса

$$\alpha_н = \frac{R_в}{R_0} = K_в,$$

т.е. импульсно-конструктивная характеристика реактивного усилителя отдачи численно равняется коэффициенту реактивности.

Будем считать истечение через дульное отверстие критическим, т.е. на входе в насадок

$$\lambda_0 = \lambda^* = 1.$$

Тогда для одномерного потока идеального газа

$$K_{вм} = \frac{\lambda_{вн} + \lambda_{вн}^{-1}}{2}. \qquad (6.6)$$

С учетом влияния потерь, происходящих при движении газа по диффузору, можно записать

$$K_в = \chi_м [1 + \chi_н \chi_r (K_{вн} - 1)],$$

где $\chi_м = 0{,}98$ – коэффициент, учитывающий влияние диссипативных сил; $\chi_н = 0{,}90$ – коэффициент, учитывающий нестационарность газового потока; $\chi_r = \frac{\ln(1+tg^2\theta)}{tg^2\theta}$ – коэффициент, учитывающий потери на радиальную составляющую скорости, при $2\theta_р = 30^0$ $\chi_r = 0{,}96$.

Скорость газового потока на выходе из соплового насадка зависит от степени расширения потока, определяемой отношением площадей. Применяя выражения (3.2) и (3.21) имеем

$$y_в = \frac{s_в}{s_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda_{вм}^{-1} \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_{вм}^2\right)^{-\frac{1}{k-1}}.$$

При $\nu_в$ = I скорость $\lambda_{вн}$ = I и возрастает с увеличением $\nu_в$, стремясь к λ_∞ при $\nu_в \to \infty$. Некоторые значения $\lambda_{вн}$ в зависимости от $\nu_в$ при показателе адиабаты k = I,25 приведены в табл.6.I.

Таблица 6.I

Значение безразмерной скорости в зависимости от степени расширения насадка

$\nu_в$	$\lambda_{вн}$	$\nu_в$	$\lambda_{вн}$
I,00	I,00	2	I,78
I,05	I,22	5	2,I3
I,I0	I,30	I0	2,3I
I,25	I,45	20	2,44
I,5	I,60	∞	3,00

Фактическое значение безразмерной скорости может быть найдено из зависимости, аналогичной (6.6), при известном коэффициенте реактивности

$$\lambda_в = K_в + \sqrt{K_в^2 - 1}\ .$$

Значение давления и температуры газов в выходном сечении насадка можно определить, например, через основные газодинамические функции $\pi(\lambda)$ и $\tau(\lambda)$ при условии $\lambda = \lambda_в$.

Таким образом, расчет реактивного усилителя отдачи сводится к решению задачи о движении газа по сверхзвуковой части сопла при известных параметрах потока в критическом сечении и заданных размерах насадка.

Как было показано в параграфе 6.I, теоретическое предельное значение импульсно-конструктивной характеристики реактивного усилителя отдачи при k = I,25 равно I,67. Это соответствует идеальному соплу бесконечных размеров. В действительности

$$\alpha_н = K_в \leq 1{,}40.$$

Уже для достижения этого значения, например, при $2\theta_р = 30^\circ$, требуется иметь длину насадка $L \approx 10d$ и диаметр выходного сечения $D_в \approx 5d$. Дальнейшее даже незначительное повышение $K_в$ связано с резким возрастанием размеров, что хорошо иллюстрируют

данные табл.6.I. Поэтому энергетическая эффективность реактивного усилителя отдачи приемлемых габаритных размеров не превышает ΔE = 20–30%.

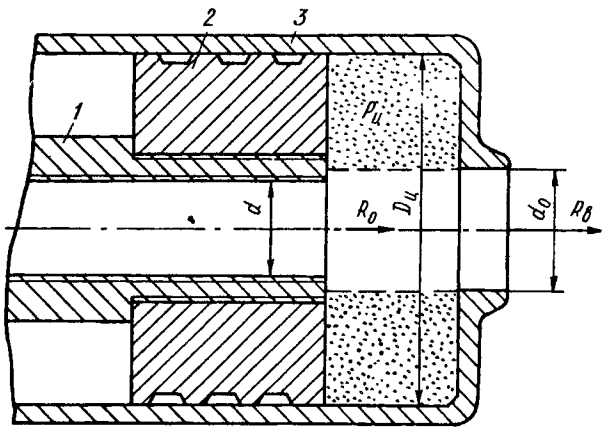


Рис.6.3.Схема активного усилителя отдачи:
I – ствол; 2 – поршень; 3 – цилиндр

Активный усилитель отдачи представляет собой конструкцию, состоящую из полузамкнутого цилиндра поршня, закрепленного на конце ствола (рис.6.3). Вследствие конструктивных особенностей активного усилителя отдачи цилиндр, образующий камеру, не связан со стволом, и, следовательно, сила давления газов, воздействующая на поршень, здесь является внешней. Поэтому

$$\alpha_н = \frac{\int_0^{t_п} (R_0 + P_п)\,dt}{\int_0^{t_п} R_0\,dt},$$

или для квазиустановившегося потока

$$\alpha_н = \frac{R_0 + P_п}{R_0}, \qquad (6.7)$$

где $P_п$ – сила давления, действующая на $s_ц - s_0$ (см.рис.6.3).

Следовательно, при наличии активного усилителя отдачи на ствол в периоде последействия воздействует не только реакция вытекающего потока, но и сила статического давления газов на

поршень, причем при выполнении насадка в реальных размерах сила $P_п$ может значительно превосходить значение реакции R_0. Поэтому импульсно-конструктивная характеристика $\alpha_и$ может достигать значений 2,5–3,0.

Газодинамические процессы, происходящие в полости цилиндра активного усилителя отдачи, соответствуют случаю течения газов в трубе с внезапным расширением сечения потока от площади поперечного сечения канала ствола S до площади снарядного окна S_0.

Будем считать, что в застойной области полости цилиндра газ неподвижен, а его давление $P_ц$ равняется статическому давлению в потоке с площадью поперечного сечения S_0. Тогда для критического режима истечения из канала ствола и сверхзвукового течения на выходе газов в атмосферу через снарядное окно уравнение сохранения импульсов (I.47) может быть записано в виде

$$R_в - R_0 = (S_0 - S) P_ц ,$$

где $R_в = K_в R^*$, $R_0 = K_0 R^*$,

$K_в$ и K_0 – соответствующие коэффициенты реактивности.

Отсюда давление в полости цилиндра при $K_0 = I$ найдем как

$$P_ц = \frac{R_в - R_0}{S_0 - S} = \frac{K_в - 1}{S_0 - S} R^*$$

и тогда сила статического давления, действующая на поршень, будет

$$P_п = (S_ц - S) P_ц = \frac{S_ц - S}{S_0 - S} (K_в - 1) R^* .$$

После подстановки найденных выражений в уравнение (6.7) имеем

$$\alpha_и = 1 + (K_в - 1) \frac{S_ц - S}{S_0 - S} . \qquad (6.8)$$

Здесь

$$K_в = \frac{\lambda_в + \lambda_в^{-1}}{2} ,$$

где

$$\lambda_в = \frac{1}{\varepsilon} + \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\varepsilon}\,\frac{s}{s_0}}\;;\quad \varepsilon = 1 + \frac{k-1}{k+1}\left(1 - \frac{s}{s_0}\right)$$

Из формулы (6.8) следует, что для заданной природы газа параметр $\alpha_и$ является функцией только размеров полузамкнутого цилиндра $D_ц$, d_0 и d. Например, при k = I,25 для отношений площадей s_0/s = I,25 и $s_ц/s$ = 5 получим $\alpha_и$ = I,9. Вполне приемлемые габаритные размеры устройства получаются и при $s_ц/s$ = I0, что соответствует $\alpha_и$ =3,I.

По функциональному назначению активный усилитель отдачи является дульным газовым двигателем автоматики. Сила, приводящая в движение ствол, определятеся зависимостью

$$P_с = (\alpha_и - 1) R_{до} + P_{кн},$$

где $R_{до}$ – полная реакция потока вытекающих пороховых газов, определяемая по формуле (4.25).

Сила, действующая на кожух, а следовательно, на лафет оружия

$$P_к = (s_ц - s_0) p_ц = (\alpha_и - 1) R_{до}\,\frac{s_ц - s_0}{s_ц - s}.$$

Эта сила направлена вперед и стремится сдвинуть лафет в сторону движения снаряда. Для компенсации этой силы, сразу же за снарядным окном необходимо устанавливать пламегаситель, жестко скрепленный с кожухом. В этом случае результирующая сила

$$\Delta P_к = P_к - K_{вр} P_{до}.$$

6.3. РАСЧЕТ ИМПУЛЬСНО-КОНСТРУКТИВНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДУЛЬНОГО ТОРМОЗА

Дульный тормоз – насадок, наиболее широко применяемый в ствольном оружии. По функциональному значению он является противооткатным устройством, позволяющим снизить импульс отдачи при выстреле.

По конструктивным признакам дульные тормоза можно разделить на две основные группы: камерные, в которых газовый поток перед выходом в атмосферу через боковые окна предварительно

расширяется, и бескамерные. Последние чаще называются тормозами ствольного типа или калиберными, если диаметр полости тормоза равен калибру ствола. Возможно совмещение ствольной части и камеры в одной конструкции (комбинированная схема). Тогда тормозу дополнительно придаются свойства релаксатора.

Конструктивное различие создает не принципиальные особенности расчета параметра $\alpha_н$, в любом случае задача заключается в нахождении его функциональной зависимости от геометрических размеров тормоза.

Рассмотрим определение импульсно-конструктивной характеристики для камерного тормоза. В соответствии с формулой (6.4)

$$\alpha_н = \frac{J_т}{J_0} = \frac{\int_0^{t_{пт}} R_г\, dt}{\int_0^{t_{пт}} R_0\, dt},$$

где R_0 – реакция потока на входе в камеру дульного тормоза (в сечении дульного отверстия канала ствола); $R_г$ – суммарная осевая составляющая реакции потока на выходе из дульного тормоза; $t_{пт}$, $t_п$ – длительность периода последействия с дульным тормозом и без тормоза соответственно.

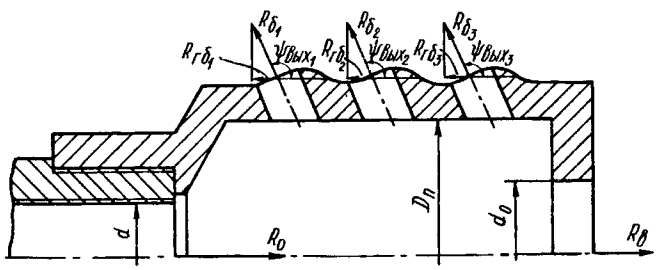


Рис.6.4.К определению импульсно-конструктивной характеристики дульного тормоза

Величина $R_г$ равняется сумме реакций потока, выходящего через снарядное (центральное) окно тормоза, и проекций на ось канала ствола реакций потока, выходящего через n рядов боковых окон тормоза (рис.6.4):

$$R_г = R_в + \sum_1^n R_{г б i}.$$

При наличии косого среза на выходе из бокового канала, отклоняющего поток от оси канала на угол $\Delta\psi$ (рис.6.5),

$$R_{гбi} = \frac{R_{бi}}{\cos\Delta\psi_i}\cos(\psi_{вых} \pm \Delta\psi),$$

где $R_{бi}$ – реакция потока по месту основания косого среза;
$\psi_{вых}$ – угол наклона оси бокового канала на выходе.

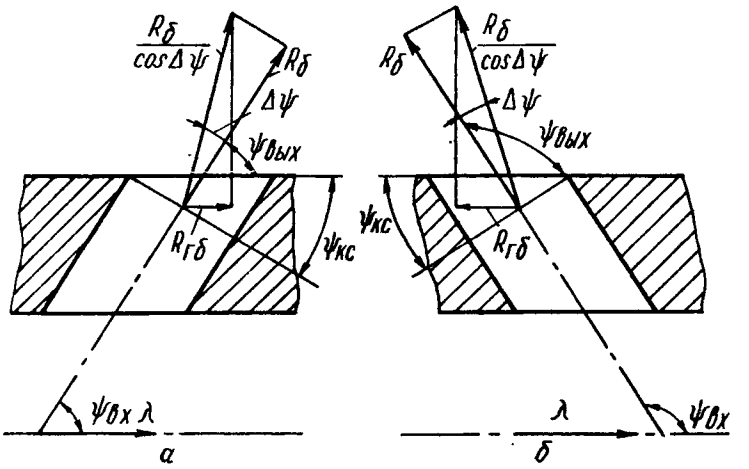


Рис.6.5.К определению величины $R_{гбi}$: косой срез увеличивает угол выхода потока (а) и уменьшает угол выхода потока (б)

В случае, изображенном на рис.6.5,а, поток выходит под углом $\psi_{вых} + \Delta\psi$, а на рис.6.5,б – под углом $\psi_{вых} - \Delta\psi$.

Если ввести обозначение

$$\xi_{кci} = \frac{\cos(\psi_{вых\,i} \pm \Delta\psi_i)}{\cos\Delta\psi_i}, \qquad (6.9)$$

то

$$R_{гбi} = \xi_{кci}\, R_{бi}.$$

Следовательно, при расчете характеристики $\alpha_н$ дульного тормоза необходимо находить $R_{бi}(t)$ при известном значении $\xi_{кci}$, определяемой конструктивными особенностями бокового канала.

Для получения аналитического решения примем допущения, упрощающие модель процесса:

I. Будем считать, что дульный тормоз не изменяет длительность периода последействия, т.е. $t_{пт} = t_п$. Это допущение вполне соответствует камерным и ствольным тормозам классической схемы. Для дульных тормозов с перекрытием снарядного окна после вылета снаряда из тормоза или с организованным вихревым движением потока в камере $t_{пт} > t_п$ и изложенная методика к ним неприменима.

2. Истечение является критическим как из канала ствола, так и через центральное окно и боковые каналы тормоза в течение всего периода работы тормоза. Принимая такое допущение, мы тем самым не учитываем влияние инерционной фазы. При высоких начальных скоростях снаряда ($v_д$ = 1800÷2000 м/с) значительная масса газов (до 50%) выходит из канала ствола со сверхзвуковой скоростью и неучет инерционной фазы может дать значительную ошибку в расчете – получим завышенную эффективность тормоза.

Кроме двух названных, используем допущения, уже принятые ранее при расчете усилителей отдачи: процесс квазиустановившейся и изэнтропический, газ идеальный.

С учетом первого допущения для квазиустановившегося процесса

$$\alpha_н = \frac{R_г}{R_0} \frac{R_в + \sum_1^n R_{гбi}}{R_0} . \qquad (6.10)$$

Второе допущение позволяет для расчета газового потока применить формулу (3.7), из которой на выходе в полость тормоза

$$R_0 = R_0^* = \frac{k+1}{k} G_0 a_0^* K_0, \text{ где } a_0^* = a_{д0},$$

на выходе через центральное окно

$$R_в = R_в^* = \frac{k+1}{k} G_в a_в^* K_в,$$

на выходе из бокового канала

$$K_{бi} = R_{бi}^* = \frac{k+1}{k} G_{бi} a_{бi}^* K_{бi} .$$

Для изэнтропического процесса

$$a_0^* = a_в^* = a_б^*,$$

а на основании закона сохранения массы вещества

$$G_0 = G_в + \sum_1^n G_{бi}.$$

Обозначим через σ_i долю газов, оставшихся в полости тормоза после i -го ряда боковых каналов (или i -й камеры тормоза), т.е. невышедших через боковые каналы в атмосферу. Тогда $\sigma_{i-1}(1-\sigma_i)$ - доля газов, использованных в i -й камере, и, следовательно, можно записать:

расход через боковые окна первой камеры

$$G_1 = (1-\sigma_1)G_0;$$

расход через боковые окна второй камеры

$$G_2 = \sigma_1(1-\sigma_2)G_0;$$

расход через боковые окна третьей камеры

$$G_3 = \sigma_1\sigma_2(1-\sigma_3)G_0.$$

В общем виде

$$G_{бi} = \sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_{i-1}(1-\sigma_i)G_0.$$

Доля газов, оставшихся в тормозе после n рядов боковых каналов и вышедших через снарядное окно, составит

$$\sigma_в = \sigma_1 - \sigma_1(1-\sigma_2) - \sigma_1\sigma_2(1-\sigma_3) - \ldots - \sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_{n-1}(1-\sigma_n) =$$

$$= \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \ldots \sigma_n.$$

Подставив записанные выражения в уравнение (6.10), получим искомую зависимость

$$\alpha_н = \sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_n \bar{K}_в + \sum_1^n \sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_{i-1}(1-\sigma_i)\bar{K}_{бi}\xi_{кci},$$

где $\bar{K}_в = \frac{K_в}{K_0}$; $\bar{K}_{бi} = \frac{K_{бi}}{K_0}$ - относительные коэффициенты реак-

тивности (по отношению к коэффициенту реактивности центральной полости).

Если форма и размеры боковых каналов одинаковы, то

$$\sigma_i = \sigma; \quad \bar{K}_{\delta i} = \bar{K}_\delta; \quad \xi_{кci} = \xi_{кc}$$

и выражение для параметра $\alpha_н$ приводится к виду

$$\alpha_н = \bar{K}_\delta \sigma^n + \bar{K}_\delta \xi_{кc} (1 - \sigma^n). \qquad (6.11)$$

Обычно формула (6.11) и применяется при расчетах, так как выполнять боковые каналы различных размеров нецелесообразно – увеличиваются габаритные размеры и масса тормоза заданной эффективности.

Следует заметить, что за n в формуле (6.11) можно принимать как число камер многокамерного тормоза, так и число рядов боковых каналов однокамерного многорядного тормоза.

Рассмотрим определение величин, входящих в формулу для $\alpha_н$.

Учет влияния косого среза. В зоне косого среза газовый поток претерпевает боковое отклонение от своей оси на угол $\Delta\psi$, что объясняется односторонним воздействием стенки диффузора (канала) на поток в зоне косого среза. Косой срез может существенно влиять на значение величины $\alpha_н$ (а следовательно, и на энергетическую эффективность тормоза) и потому учитывать его влияние необходимо.

При расчете тормоза косой срез учитывается коэффициентом $\xi_{кc}$ по формуле (6.9), знак "плюс" в которой отвечает случаю, когда косой срез увеличивает угол выхода газового потока. Следует иметь ввиду, что в боковых каналах дульных тормозов газовый поток не перерасширяется и потому отклонение всегда происходит в сторону вершины угла косого среза $\psi_{кc}$ – угла наклона плоскости косого среза канала к его оси (см. рис. 6.5).

Значение угла отклонения потока $\Delta\psi$ является для газа функцией угла косого среза и коэффициента реактивности бокового канала. K_δ и может быть определено из уравнения, полученного проф. Б.В. Орловым и приведенного в работе [11].

При практических расчетах целесообразно пользоваться табл. 6.2, в которую сведены данные полученные в результате решения этого уравнения.

Таблица 6.2

Значения угла $\Delta\psi$ при $k = 1{,}25$

$\psi_{кс}$	$K_б$					
	1,0	1,05	1,10	1,20	1,30	1,40
5°	2,92°	2,08°	1,69°	1,14°	0,75°	0,44°
10	5,77	4,27	3,49	2,39	1,62	1,03
15	8,44	6,42	5,26	3,64	2,48	1,59
20	10,98	8,55	7,05	4,90	3,36	2,17
25	13,41	10,66	8,86	6,21	4,28	2,76
30	15,74	12,76	10,68	7,56	5,24	3,40
35	18,00	14,85	12,53	8,96	6,25	4,09
40	20,20	16,94	14,42	10,45	7,35	4,84
45	22,37	19,04	16,37	12,01	8,54	5,67
50	24,53	21,16	18,37	13,68	9,84	6,60
60	28,90	25,56	22,62	17,42	12,90	8,90
75	36,11	33,03	30,13	24,60	19,35	14,26

Из данных, приведенных в табл.6.2, видно, что наибольшее отклонение потока происходит в цилиндрическом кососрезанном насадке ($K_б = 1$). С увеличением коэффициента реактивности эффект расширения газа в косом срезе уменьшается и величина $\Delta\psi$ убывает.

Рассмотрим, в каких пределах может изменяться значение коэффициента $\xi_{кс}$. При отсутствии косого среза ($\psi_{кс} = 0$) $\Delta\psi = 0$ и $\xi_{кс} = \cos\psi_{вых}$. Если $180^\circ \geq \psi_{вых} \geq 0$, то $-1 \leq \xi_{кс} \leq 1$. При $\psi_{вых} = 90^\circ$ $\xi_{кс} = 0$.

Наименьшее значение угла отклонения потока от оси канала достигается в цилиндрическом кососрезанном насадке при $\psi_{кс} \to 90^\circ$ и составляет при $k = 1{,}25$ $\Delta\psi_\infty = 53^\circ$. В этом случае предельное значение $\xi_{кс\,\infty}$, как следует из формулы (6.9), будет при $\cos(\psi_{вых} \pm \Delta\psi) = \pm 1$, т.е. для фактических углов выхода потока $(\psi_{вых} + \Delta\psi) = 180^\circ$ или $(\psi_{вых} - \Delta\psi) = 0$.

Тогда

$$\xi_{кс} = \pm\frac{1}{\cos 53^\circ} = \pm 1{,}67.$$

Очевидно, что дульное устройство с $\xi_{кс\,\infty} = +1{,}67$ будет являться усилителем отдачи, а для дульного тормоза $\xi_{кс\,\infty} = -1{,}67$.

Реальное предельное значение коэффициента $\xi_{кс}$ может достигать значения, равного минус единице. Это возможно, например, при $\psi_{вых} = 135^0$ и $\psi_{кс} = 35^0$.

Косой срез, влияя на эффективность тормоза, может в зависимости от направления отклонения потока как увеличивать, так и уменьшать ее. Так, для случая, изображенного на рис.6.5,а, косой срез увеличивает суммарный угол выхода потока и, следовательно, повышает эффективность тормоза (параметр $\alpha_н$ уменьшается). Если боковые каналы выполнены, как показано на рис.6.5,б, эффективность тормоза под влиянием косого среза уменьшается. В этом случае конструкция бокового канала (см. рис.6.4) при том же угле $\psi_{вых}$ является эффективнее, так как здесь $\psi_{кс} = 0$.

Кроме того, из формулы (6.9) видно, что при одинаковом фактическом угле выхода потока из бокового канала при наличии косого среза эффективность несколько выше. Например, без косого среза при $\psi_{вых} = 150^0$ $\xi_{кс} = -0{,}866$. Если $\psi_{вых} = 132^0$, а $\psi_{кс} = 35^0$, то $\Delta\psi = 18^0$ и $\psi_{вых} + \Delta\psi = 150^0$. Тогда $\xi_{кс} = -0{,}911$, т.е. при прочих одинаковых геометрических размерах параметр $\alpha_н$ в последнем случае будет меньше. Повышение эффективности происходит за счет дополнительной реакции косо срезанной части бокового канала.

Определение величины σ. При выводе формулы для $\alpha_н$ через σ обозначили долю газов, не вышедших в атмосферу через очередной ряд боковых каналов, т.е.

$$\sigma_i = \frac{G_{вi}}{G_0} = \frac{G_{вi}}{G_{вi} + G_{бi}} = \frac{1}{1 + \frac{G_{бi}}{G_{вi}}}, \qquad (6.12)$$

где $G_{вi}$ – секундный расход газа в сечении полости тормоза, проходящем за i-м рядом боковых каналов.

Отношение $G_{бi} / G_{вi}$ можно найти из уравнения сохранения импульса сил потока (1.43), которое для бокового канала имеет вид

$$R^*_{бi} = G_{бi} v_{бi} + s_{бi} p_{кi} . \qquad (6.13)$$

Здесь $v_{бi} = a^*_{бi} \lambda_{бi} = a^*_{бi} \lambda_{кi} \cos \psi_{вхi}$ – скорость газового потока на входе в боковой канал; $s_{бi}$ – площадь наименьшего (критического) сечения бокового канала; $p_{кi}$ – давление в камере тормоза у i -го бокового канала.

Зависимость для $p_{кi}$ получим из уравнения состояния (I.4), используя формулы (I.78) и (I.66), а также имея в виду, что $p = \frac{G}{s \lambda a^*}$. Тогда

$$p_{кi} = \frac{k+1}{2k} G_{вi} a^*_{вi} \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2_{кi}}{\lambda_{кi} s_{кi}},$$

где $s_{кi}$ – площадь поперечного сечения камеры тормоза.

Поскольку

$$R^*_{бi} = \frac{k+1}{k} G_{бi} a^*_{бi},$$

то из уравнения (6.I3) следует

$$\frac{k+1}{k} G_{бi} a^*_{бi} = G_{бi} a^*_{бi} \lambda_{кi} \cos \psi_{вхi} + \frac{k+1}{2k} G_{вi} a^*_{вi} \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_{кi}}{\lambda_{кi}} \frac{s_{бi}}{s_{кi}}.$$

Полагая, как и ранее, $a^*_{бi} = a^*_{вi}$, имеем

$$\frac{G_{бi}}{G_{вi}} = \frac{1}{2\lambda^2_{кi}} \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2_{кi}}{1 - \frac{k}{k+1} \lambda_{кi} \cos \psi_{вхi}} \frac{s_{бi}}{s_{кi}} = \mu_{бi} \frac{s_{бi}}{s}.$$

Тогда выражение (6.I2) примет вид

$$\sigma_i = \frac{1}{1 + \mu_{бi} \frac{s_{бi}}{s}} \qquad (6.I4)$$

Поскольку $G = \rho v s$, то

$$\mu_{бi} = \frac{(\rho v)_{бi}}{(\rho v)_{вi}}$$

представляет отношение удельных расходов газа через боковой канал и соответствующее i -е сечение камеры тормоза. По физической сути параметр $\mu_{бi}$ является коэффициентом расхода боковых каналов.

При отсутствии боковых каналов $\mu_б = 0$ и $\mu_б = I$. Тогда выражение (6.II) для $\alpha_н$ вырождается в зависимость $\alpha_н = \bar{K}_в$, характеризующую ускорение потока в сопловом или ступенчатом цилиндрическом насадках. Для дульного тормоза $0 < \mu_{бi} \leq I$.

Теоретические и экспериментальные исследования показывают, что газовый поток, расширяясь на выходе в камеру тормоза и переходя в сверхзвуковой режим, претерпевает интенсивный скачок уплотнения, близкий к прямому скачку. При этом согласно формуле Прандтля (3.II2) он переходит в дозвуковой режим. В дальнейшем вследствие оттока газа через боковые каналы (расходное сопло) скорость потока будет возрастать и опять может превысить скорость звука. Однако стенки боковых каналов, а тем более диафрагмы, разделяющие камеры тормоза, являются мощными источниками возмущений, приводящими к образованию скачков уплотнения. Из сказанного следует, что скорость потока по длине камеры тормоза изменяется скачкообразно и учет этих изменений является сложной задачей. Поэтому очень часто при практических расчетах принимают $\lambda_к = I$, полагая, что возмущения, вносимые в поток геометрическими элементами камеры тормоза, компенсируют друг друга.

При условии $\lambda_к = I$ для $k = I{,}25$ получим из уравнения (6.I4)

$$\mu_{бi} = \frac{0{,}445}{1 - 0{,}555 \cos \psi_{вхi}},$$

т.е. для рассматриваемой модели процесса отношение удельных расходов, а значит, и расход через боковой канал определяются только углом входа в канал.

Поскольку при повороте потока неизбежны потери энергии, связанные с сужением струи, влиянием острых кромок, трения и т.д., то при расчетах в формулу (6.I5) вводят согласующий множитель

$$\mu_{бi} = \frac{1}{1 + \chi_i \sigma_i \frac{s_{бi}}{s_0}}, \qquad (6.16)$$

где χ_i = 0,80–0,85 – коэффициент согласования для диапазона углов $70^0 \leq \psi_{вх} \leq 135^0$. Кроме того, в формуле (6.15) задано $s = s_0$.

Так как коэффициент расхода боковых каналов в основном определяется углом входа потока в боковой канал, то для повышения производительности боковых каналов целесообразно угол $\psi_{вх}$ выполнять минимальным, а ось бокового канала – криволинейной, чтобы получить необходимый угол выхода потока $\psi_{вых}$ (рис.6.6). Это условие позволяет создать дульный тормоз наименьших размеров при заданной эффективности.

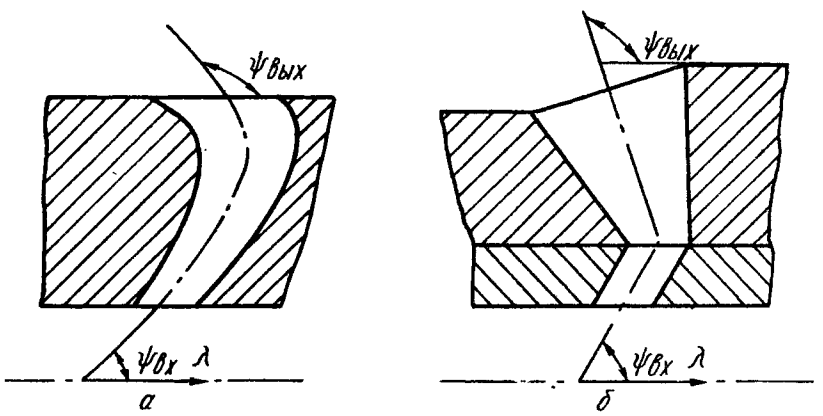


Рис.6.6. Боковой канала с криволинейной осью: а – схема; б – вариант конструктивного выполнения

Заданная эффективность дульного тормоза выбранной конструктивной схемы может быть достигнута при различном соотношении его геометрических размеров. Однако многие из них (например, диаметр и длина камеры тормоза, соотношение длины и ширины боковых каналов) не входят в явном виде в выражение для $\alpha_н$, но это не означает, что они не оказывают влияния на эффективность тормоза.

Все геометрические размеры должны быть увязаны между собой, чтобы обеспечить отвод потребного количества газа в стороны под заданным углом $\psi_{вых}$ при минимальных габаритных размерах и массе тормоза. В первую очередь это относится к исключе-

нию явления "проскальзывания" газовой струи, т.е. выхода его под углом, меньшим заданного, что возможно при относительно большой ширине бокового окна. В тормозах с боковыми каналами (см.рис.6.4 и 6.5) "проскальзывание" исключается соответствующей толщиной стенки камеры тормоза. В камерных тормозах оконного типа для направления потока под требуемым углом применяются отбойные тарели.

Рассмотренные в данном параграфе некоторые особенности расчета дульных тормозов в основном справедливы для большинства конструктивных схем, применяемых в современном оружии. Необходимость дальнейшего повышения эффективности дульных тормозов при эксплуатационных ограничениях, главное из которых - воздействие избыточного давления дульной волны, приводит к появлению новых конструкций, отличных от традиционных. Поэтому расчет каждой конкретной конструктивной схемы будет иметь свои особенности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. Борисенко А.И. Газовая динамика двигателей. – М.: Оборонгиз, I962.

2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, I970.

3. Дейч М.Е. Техническая газодинамика. – М.: Энергия, I974.

4. Гинзбург И.П. Прикладная гидрогазодинамика. – Л.: Изд-во ЛГУ, I958.

5. Серебряков М.Е. и др. Внутренняя баллистика. – М.–Л.: Оборонгиз, I939.

6. Шевелюк М.И. Теоретические основы проектирования ЖРД. – М.: Оборонгиз, I960.

7. Термодинамические свойства индивидуальных веществ, т.2. – М.: Изд-во АН СССР.

8. Голубев И.Ф. Вязкость газов и газовых смесей. – М.: Физматгиз, I959.

9. Техническая термодинамика / Под редакцией В.И. Крутова. – М.: Высшая школа, I97I.

I0. Мамонтов М.А. Тепломеханика. – М.: Дом техники, I970.

II. Орлов Б.В., Мазинг Г.Ю. Термодинамические и баллистические основы проектирования РДТТ. – М.: Машиностроение, I968.

I2. Вулис А.А. Термодинамика газовых потоков. – М.–Л.: Госэнергоиздат, I950.

I3. Краснов Н.Ф. Аэродинамика, ч.П, Методы аэродинамического расчета. – М.: Высшая школа, I976.

I4. Зельдович Я.Б. и др. Импульс реактивной силы пороховых ракет. – М.: Оборонгиз, I963.

I5. Жуковский В.С. Основы теории теплопередачи. – М.: Энергия, I969.

I6. Мамонтов М.А. Некоторые случаи течения газа. – М.: Оборонгиз, I95I.

I7. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, I974.

I8. Широков М.Ф. Физические основы газодинамики. – М.: Физматгиз, I958.

I9. Исаченко В.П. и др. Теплопередача. – М.: Энергия, I975.

20. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи, – М.: Энергия, I977.

2I. Мазинг Г.Ю. и др. Расчет параметров вихревого теплообмена в газовых коммуникациях.– В кн: Труды ОЛАВ, МВТУ, вып.I, I973.

22. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, I977.

23. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, I967.

24. Иров Ю.Д. и др. Газодинамические функции. Пятизначные таблицы.– М.,I965.

25. Шишков А.А. Газодинамика пороховых ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, I974.

26. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика. – М.: Машиностроение, I978.

27. Повх И.А. Техническая гидромеханика. – Л.: Машиностроение, I969.

28. Краснов Н.Ф. Аэродинамика, ч.I. – М.: Высшая школа, I974.

29. Горохов М.С. Внутренняя баллистика. Дульные тормоза. – Томск: СФТИ, I946.

30. Серебряков М.Е. Внутренняя баллистика. – М.: Оборонгиз, I949.

3I. Серебряков М.Е. Внутренная баллистика ствольных систем и пороховых ракет. – М.: Оборонгиз, I962.

32. Период последействия, расчет надульных и подствольных газовых узлов / Под редакцией Б.В. Орлова. – М.: Машиностроение, I975.

33. Толочков А.А. Теория лафетов. – М.: Оборонгиз, 1960.

34. Теория и расчет автоматического оружия / Под редакцией В.М. Кириллова. – Пенза: Пензенское высшее артиллерийское инженерное училище, 1973.

35. Горов Э.А. Основания проектирования автоматического оружия. – М.: В А им.Дзержинского, 1954.

36. Благонравов А.А. Основания проектирования автоматического оружия. – М.: Оборонгиз, 1940.

37. Проектирование ракетных и ствольных систем / Под редакцией Б.В. Орлова. – М.: Машиностроение, 1974.

38. Гордиенко Н.И. и др. Расчет и проектирование артиллерийских орудий. – Пенза: Пензенское высшее артиллерийское инженерное училище, 1967.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Глава I. Основные уравнения и зависимости прикладной газодинамики 5
I.I. Параметры газа и кинематика газовых потоков 5
I.2. Состав и физические свойства пороховых газов 9
I.3. Первое начало термодинамики и термодинамические функции I9
I.4. Второе начало термодинамики 22
I.5. Система уравнений газодинамики 24
I.6. Исследование уравнения энергии для энергетически изолированного стационарного течения газа 33
I.7. Закон обращения воздействий 44
Глава 2. Сведения из теории теплопередачи и теплопроводности 47
2.I. Теплообмен между газом и твердой стенкой 47
2.2. Уравнение осесимметричного пограничного слоя. Связь между трением и теплообменом 54
2.3. Зависимости для определения коэффициента сопротивления 6I
2.4. Зависимости для определения теплоотдачи.. 65
2.5. Уравнение теплопроводности 7I
Глава 3. Типовые задачи газодинамики автоматического оружия 79
3.I. Газодинамические функции 79
3.2. Истечение газа из сосуда 83

3.3. Сверхзвуковое сопло 88
3.4. Влияние наружного противодавления на характер истечения газа из сосуда 93
3.5. Истечение газа из проточного резервуара через боковое ответвление 104
3.6. Течение газа в цилиндрической трубе при наличии теплообмена с внешней средой 107
3.7. Течение газа в цилиндрической трубе с учетом трения 112
3.8. Течение газа в цилиндрической трубе с внезапным изменением сечения 118
3.9. Перетекание газа из одного резервуара постоянной вместимости в другой 133
3.10. Течение газа со скачком уплотнения 138

Глава 4. Истечение газа из канала ствола (период последействия) 148
4.1. Физическая картина истечения газа из канала ствола. Основные допущения 148
4.2. Уравнение рабочего процесса в канале ствола 152
4.3. Определение среднего давления в канале ствола 157
4.4. Распределение давлений по длине канала ствола 158
4.5. Сила отдачи и ее импульс 161
4.6. Максимальная скорость свободного отката 166
4.7. Приближенный закон изменения давления в канале и его применение 166
4.8. Импульс силы отдачи для оружия с дульным насадком 168

Глава 5. Основы расчета типовых схем боковых газовых устройств 170
5.1. Общая характеристика рабочего процесса в камере бокового газового устройства 170
5.2. Определение параметров газа в стволе у отверстия 175

5.3. Определение расходных характеристик газопровода 177
5.4. Расчет течения в газопроводе 185
5.5. Система уравнений рабочего процесса бокового газового устройства 200
5.6. Расчет газового двигателя однокамерного типа 204
5.7. Расчет рабочего процесса в газовом буфере 215
5.8. Особенности расчета рабочего процесса в газовом накатнике 224
Глава 6. Теоретические основы расчета дульных газовых устройств 227
6.I. Принцип действия и основные характеристики дульных газовых устройств 227
6.2. Расчет усилителей отдачи 234
6.3. Расчет импульсно-конструктивной характеристики дульного тормоза 239
Список литературы 251

Владимир Иванович Кулагин,
Виктор Иванович Черезов

ГАЗОДИНАМИКА АВТОМАТИЧЕСКОГО ОРУЖИЯ

(типовые задачи, период последействия, расчет рабочих процессов в газовых устройствах)

Редактор Л.С.Антонова Технический редактор Л.М.Паршутина
Подписано в печать 25.06.85. Формат 60x84/16. Печать офсетная.
Печ.л. 16,0. Уч.-изд.л. 11,0. Работа 10666.
Тираж 223 экз. Заказ 304/6